

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

TOM VIII · ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1959

SPIS TREŚCI

P. Szulkin: Propagacja fali elektromagnetycznej wzdłuż szczeliny w powierzchni walcowej	355
S. Szpor: Zjawiska udarowe od piorunów w rozległych uziemieniach stacyjnych	369
K. Jankowski: Linearyzacja charakterystyki statycznej układu za pomocą funkcji odwrotnej	389
F. Andrzejewski: Wielobiegunkowe trójstopniowe wzmacniacze maszynowe	403
J. Szyszkiewicz: Układy wykrywania słabych sygnałów radiolokacyjnych	433
A. Straszewski, T. Śliwiński: Analizator do obliczania silników indukcyjnych	469
R. Sroczyński: O wpływie czynników technologicznych na parametry magnetyczne ferrytów baru	499
J. Hryńczuk: Przyczynek do analizy zjawiska naskórkowości udarowej	521

СОДЕРЖАНИЕ

П. Шулькин: Пропагация электромагнитной волны вдоль щели в цилиндрической поверхности	355
С. Шпор: Импульсные токи в контурных подстанционных заземлителях	369
К. Янковски: Линеаризация статической характеристики системы при помощи обратной функции	389
Ф. Андреевски: Многополюсные трехкаскадные электромашиные усилители	403
Я. Шишкевич: Схемы для обнаруживания слабых радиолокационных сигналов	433
А. Стрешевски, Т. Сливински: Анализатор для расчетов асинхронных электродвигателей	469
Р. Срочински: О влиянии технологических факторов на магнитные параметры ферритов бария	499
Е. Грыньчук: Заметка по вопросу анализа ударного поверхностного эффекта	521

CONTENTS — SOMMAIRE

P. Szulkin: Propagation of electromagnetic wave along the slot of cylindrical surface	355
S. Szpor: Lightning surges in extensive station grounding systems	369
K. Jankowski: Linearization of static characteristic of circuit by means of inverse function	389
F. Andrzejewski: Mehrpolige dreistufige Maschinenverstärker	403
J. Szyszkiewicz: Arrangements for small radar-signal detection	433
A. Straszewski, T. Śliwiński: The network calculator for calculation of induction motors	469
R. Sroczyński: Influence of technological factors on magnetic parameters of barium ferrite	499
J. Hryńczuk: Contribution to analysis of phenomenon of surge skin-effect	521

POLSKA AKADEMIA NAUK
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI

ARCHIWUM ELEKTROTECHNIKI

TOM VIII • ZESZYT 5

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1959

R A D A R E D A K C Y J N A

PROF. JANUSZ LECH JAKUBOWSKI, PROF. BOLESŁAW KONORSKI,
PROF. IGNACY MALECKI, PROF. WITOLD NOWICKI, PROF. STANISŁAW SZPOR,
PROF. PAWEŁ SZULKIN

K O M I T E T R E D A K C Y J N Y

Redaktor Naczelny

PROF. JANUSZ GROSZKOWSKI

Z-ca Redaktora Naczelnego

PROF. PAWEŁ NOWACKI

Sekretarz

WACŁAW ZWOLAKOWSKI

PRINTED IN POLAND

COPYRIGHT BY
PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1959

ADRES REDAKCJI:

Warszawa, ul. Koszykowa 75, Politechnika,
Zakład Radiotechniki, tel. 8.32.04 lub 8.87.40
Redakcja czynna: poniedziałki, środy i piątki

Państwowe Wydawnictwo Naukowe - Dział Czasopism
Warszawa, Miodowa 10

Nakład 780+120 egz.	Do składania 6 VII 1959
Ark. wyd. 11,5 druk. 11	Podpisano do druku 3 XI 1959
Papier druk. sat. 70 g IV kl. 70×100/16	Druk ukończ. w listopadzie 1959
Cena zł 30,—	F-6 - Zamówienie 454/162

POZNANSKA DRUKARNIA NAUKOWA — POZNAN, FREDRY 10

621.396.677.71.

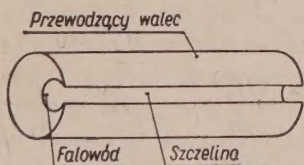
P. SZULKIN

Propagacja fali elektromagnetycznej wzdłuż szczeliny w powierzchni walcowej

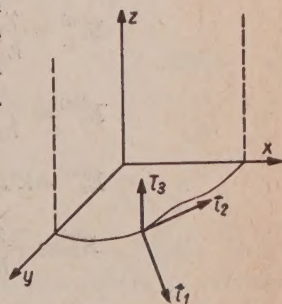
Rękopis dostarczono 30. 4. 1959

Praca jest poświęcona teorii anten szczelinowych. Po wykazaniu niezależności rozkładów pól elektrycznie poprzecznych (TE) i magnetycznie poprzecznych (TM), wyprowadza się równania pól przez wprowadzenie odpowiednich funkcji Greena. Aby wyznaczyć stałą propagacji, zastosowano metodę wariacyjną, która umożliwia uzyskanie dowolnej dokładności nawet przy znajomości jedynie przybliżonego rozkładu pola w szczelinie.

Antena szczelinowa, którą rozpatrzymy, składa się z długiej szczeliny wyciętej w powierzchni walcowej i pobudzonej tak, aby wzdłuż jej długości powstała fala bieżąca. Praktycznie można taką antenę zrealizować za pomocą falowodu ze szczeliną osiową, otwartą w stronę przestrzeni ograniczonej przez powierzchnię walcową (rys. 1). Założymy, że szczelina i walec mają długość nieskończoną, ścianki doskonale przewodzące, a ośrodek dielektryczny wszędzie jest jednorodny i bez strat.



Rys. 1.



Rys. 2.

Falowód i walec zewnętrzny traktujemy jako powierzchnie współrzędnych dwóch układów ortogonalnych uogólnionych współrzędnych walcowych, z których jeden dotyczy obszaru wewnętrznego, drugi zaś — zewnętrznego. Niech będzie dany układ ortogonalnych współrzędnych walcowych (ξ, η, z), w którym nasza powierzchnia walcowa jest przedstawiona równaniem $\xi = a$. Wektory jednostkowe w kierunkach ξ, η i z oznaczmy przez $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$ i \mathbf{i}_3 ; na rozpatrywanym walcu \mathbf{i}_1 jest skierowany prostopadle do powierzchni, \mathbf{i}_2 zaś jest do niej prostopadły (rys. 2).

Rozpatrywać będziemy tylko takie pola, które cechuje jedna wartość stałej propagacji w kierunku z i harmoniczna zmienność czasowa; inaczej mówiąc przyjmujemy, że wszystkie składowe pola zmieniają się jak $e^{\gamma z + j\omega t}$.

Traktując dowolne pole jako sumę pola elektrycznie poprzecznego TE i pola magnetycznie poprzecznego, możemy napisać

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(e)} + \mathbf{E}^{(m)}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(e)} + \mathbf{H}^{(m)}, \quad (1)$$

gdzie górne indeksy oznaczają składowe TE i TM . Pole TE można wyrazić za pomocą wektora Hertza $\Pi^{(e)}$, mającego jedynie składową z , a pole TM za pomocą wektora $\Pi^{(m)}$, również mającego tylko składową z . Zarówno $\Pi_z^{(e)}$, jak i $\Pi_z^{(m)}$ spełniają skalarnie równanie falowe

$$\nabla^2 \Pi_z + \beta^2 \Pi_z = 0. \quad (2)$$

Jak wiadomo [3], \mathbf{E} i \mathbf{H} są związane z wektorami Hertza $\Pi^{(e)}$ i $\Pi^{(m)}$ poprzez wzory wektorowe

$$\mathbf{E} = \nabla \times \nabla \times \Pi^{(m)} - j\omega\mu \nabla \Pi^{(e)}, \quad (3)$$

$$\mathbf{H} = j\omega \nabla \times \Pi^{(m)} + \nabla \times \nabla \times \Pi^{(e)}. \quad (4)$$

W układzie ortogonalnych współrzędnych walcowych składowe pola będą

$$\left. \begin{aligned} E_{\xi}^{(m)} &= \frac{\gamma}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \xi} & H_{\xi}^{(m)} &= \frac{j\omega\epsilon}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \eta} \\ E_{\eta}^{(m)} &= \frac{\gamma}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \eta} & H_{\eta}^{(m)} &= \frac{-j\omega\epsilon}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \xi} \\ E_z^{(m)} &= k^2 \Pi_z & H_z^{(m)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{\xi}^{(e)} &= \frac{-j\omega\mu}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \eta} & H_{\xi}^{(e)} &= \frac{\gamma}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \xi} \\ E_{\eta}^{(e)} &= \frac{j\omega\mu}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \xi} & H_{\eta}^{(e)} &= \frac{\gamma}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \eta} \\ E_z^{(e)} &= 0 & H_z^{(e)} &= k^2 \Pi_z^{(e)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

gdzie h_1 i h_2 są współczynnikami metrycznymi, natomiast

$$k^2 = \gamma^2 + \beta^2. \quad (7)$$

Przy wyprowadzeniu wzorów (5) i (6) uwzględniono zależność składowych pola względem z i t w postaci $e^{\gamma z + j\omega t}$ oraz fakt, że $\Pi_z^{(m)}$ i $\Pi_z^{(e)}$ spełniają równanie (2).

Na powierzchni przewodników muszą być spełnione warunki brzegowe $E_z = E_\eta = H_\xi = 0$. Z (6) wynika, że $E_z^{(e)} = 0$ wszędzie, tak że pole TM musi spełniać powyższy warunek brzegowy w sposób niezależny, czyli $E_z^{(m)} = 0$ na powierzchni przewodnika. Dwa dalsze warunki: $E_\eta = 0$ i $H_\xi = 0$ można zgodnie z (5) i (6) napisać jako

$$\frac{\gamma}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \eta} + \frac{j\omega\mu}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \xi} = 0, \quad (8)$$

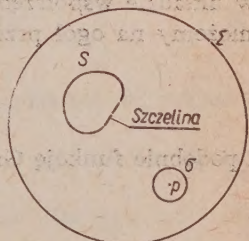
$$\frac{j\omega\varepsilon}{h_2} \frac{\partial \Pi_z^{(m)}}{\partial \eta} + \frac{\gamma}{h_1} \frac{\partial \Pi_z^{(e)}}{\partial \xi} = 0. \quad (9)$$

Aby warunki (8) i (9) były jednocześnie spełnione, musimy mieć albo $E_\eta^{(e)} = E_\eta^{(m)} = H_\xi^{(e)} = H_\xi^{(m)} = 0$ na przewodnikach, lub też wyznacznik

$$\begin{vmatrix} \frac{\gamma}{h_2} & \frac{j\omega\mu}{h_1} \\ \frac{j\omega\varepsilon}{h_2} & \frac{\gamma}{h_1} \end{vmatrix} = \gamma^2 + \omega^2\mu\varepsilon = 0$$

musi być równy zero. Ta ostatnia możliwość odpowiada fizycznie propagacji jedynie w kierunku osiowym z prędkością światła, czyli $k=0$ i pole jest elektromagnetycznie poprzeczne (TEM). Stąd wnioskujemy, że pole TE jak i pole TM muszą każde z osobna spełniać warunki brzegowe, a więc są niezależne jedno od drugiego. Powyższy wniosek pozwala bez uszczerbku dla ogólności rozważań ograniczyć się do rozpatrzenia pól jednego rodzaju: TE lub TM .

Stosując twierdzenie Greena, można pole w obszarze zewnętrznym (lub wewnętrznym) związać ze stycznym polem elektrycznym w szczelinie i w ten sposób sprowadzić problem do dwuwymiarowego. Jako funkcję Greena G obieramy potencjał skalarny liniowego źródła p , równoległego do osi z o pobudzeniu e^{jz} , spełniający narzucony warunek brzegowy na powierzchni walcowej S . Rozpatrzmy objętość V otoczoną powierzchnią Ω składającą się z:



Rys. 3.

1. powierzchni walcowej S ,
 2. małego walca kołowego σ , obejmującego p ,
 3. dużego walca kołowego Σ , obejmującego poprzednie dwa,
 3. dwóch płaszczyzn poprzecznych, których odległość wzajemna jest δ .
- Na rys. 3 pokazano przekrój objętości V . W całej objętości V funkcja Greena spełnia równanie falowe

$$\nabla^2 G + \beta^2 G = 0. \quad (10)$$

Zgodnie z twierdzeniem Greena

$$\int_V (\Pi_z \nabla^2 G - G \nabla^2 \Pi_z) dV = \int_{\partial} \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial n} \right) d\omega, \quad (11)$$

gdzie Π_z jest $\Pi_z^{(e)}$ lub $\Pi_z^{(m)}$ w zależności od rozpatrywanego modułu. Biorąc pod uwagę równania (2) i (10) łatwo się przekonać, że całka objętościowa po lewej stronie równania (11) równa się zeru. Uwzględniając podział powierzchni Ω , możemy więc zamiast (11) napisać

$$\int_{\text{płascz. g\o rna}} + \int_{\text{płascz. dolna}} + \int_S + \int_{\sigma} + \int_{\Sigma} \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial n} \right) d\omega = 0. \quad (12)$$

Dwie pierwsze całki w (12) znikają, ponieważ dla obu płaszczyzn

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \frac{\partial G}{\partial z} = \gamma G \quad \text{oraz} \quad \frac{\partial \Pi_z}{\partial n} = \frac{\partial \Pi_z}{\partial z} = \gamma \Pi_z.$$

Zakładając teraz $\delta \rightarrow 0$, otrzymamy zamiast pozostałych trzech całek powierzchniowych całki liniowe, w których wykładnicza zależność od z znika.

Całkę \int_{Σ} obliczamy następująco. Niech R oznacza promień koła Σ w układzie współrzędnych biegunowych (ϱ, φ) . W obszarze zewnętrznym możemy na ogół przedstawić Π_z w postaci [3]

$$\Pi_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m H_n^{(2)}(k\varrho) e^{im\varphi} \quad (13)$$

i podobnie funkcję Greena jako

$$G = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m H_m^{(2)}(k\varrho) e^{im\varphi}. \quad (14)$$

Całka, którą mamy obliczyć, jest

$$I_1 = \int_0^{2\pi} \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial \varrho} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial \varrho} \right) R d\varphi. \quad (15)$$

Podstawienie Π_z i G z (13) i (14) do (15) i scałkowanie pozwala stwierdzić, że całka I_1 równa się zeru.

Przechodząc do wyznaczenia \int_{σ} w (12), zauważmy, że w pobliżu źródła liniowego

$$G \rightarrow -\log r, \quad r \rightarrow 0 \quad (16)$$

gdzie r — odległość radialna od p . Wówczas

$$\int_{\sigma} \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial n} \right) d\omega = \lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \left[\Pi_z \left(-\frac{1}{r} \right) + \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \log r \right] r d\varphi. \quad (17)$$

Otóż gdy $r \rightarrow 0$, $\Pi_z \rightarrow \Pi_z(p)$ oraz $r \log r \rightarrow 0$. A więc

$$\int_{\sigma} \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial n} \right) d\omega = -2\pi \Pi_z(p). \quad (18)$$

Podstawiając otrzymane wyniki do (12) mamy ostatecznie

$$\Pi_z(p) = \frac{1}{2\pi} \int_S \left(\Pi_z \frac{\partial G}{\partial \xi} - G \frac{\partial \Pi_z}{\partial \xi} \right) h_2 d\eta. \quad (19)$$

Określając warunki brzegowe dla G , możemy teraz wyznaczyć z (19) składowe pola w punkcie $p(\xi', \eta')$ za pomocą stycznych pola elektrycznego w szczelinie. W szczególności, dla przypadku TE postulujemy

$$\frac{\partial G}{\partial \xi} = 0 \quad \text{dla} \quad \xi = a, \quad (20)$$

to jest zanik normalnej pochodnej G na powierzchni walcowej. Wówczas uwzględniając (6) możemy równanie (19) napisać jako

$$H_z^{(e)}(\xi', \eta') = -\frac{k^2}{2\pi j\omega\mu} \int_{\text{szczel.}} E_{\eta}^{(e)} G h_1 h_2 d\eta, \quad (21)$$

gdzie całkowanie dotyczy tylko szczeliny, ponieważ poza nią $E_{\eta}^{(e)} = 0$ na S .

Dla przypadku TM niech będzie

$$G^{(m)} = 0 \quad \text{dla} \quad \xi = a, \quad (22)$$

gdzie $G^{(m)}$ jest taką funkcją Greena, która spełnia warunek (22). Tak więc równania (5) i (19) dają

$$H_{\eta}^{(m)}(\xi', \eta') = -\frac{j\omega\epsilon}{2\pi h_1 k^2} \int_{\text{szczel.}} E_z^{(m)} \frac{\partial^2 G}{\partial \xi \partial \xi'} h_2 d\eta, \quad (23)$$

gdzie znowu całkowanie dotyczy szczeliny.

Pola wewnątrz falowodu będą dane przez równania identyczne do (21) i (23) z tym, że $p(\xi', \eta')$ jest teraz wewnątrz falowodu, a G jest potencjałem źródła liniowego w p , spełniającym warunki brzegowe (20) lub (22) na ściankach falowodu. W dalszym ciągu obszar wewnętrzny oznaczać będziemy indeksem (1), obszar zaś zewnętrzny indeksem (2).

Wyznaczenie k (lub γ) wymaga dopasowania w szczelinie stycznych składowych pola magnetycznego obu obszarów. Jednakże formalne rozwiązanie za pomocą tej metody nie daje praktycznie możliwości uzyska-

nia wyników liczbowych. Spróbujemy więc rozwiązać ten problem metodą wariacyjną.

Niech p zbliża się w obszarze zewnętrznym do walca S , a w obszarze wewnętrznym — do ścianki falowodu; oznacza to, że $\xi'_2 \rightarrow a$ oraz $\xi'_1 \rightarrow a$. W tych warunkach (21) i (23) dają wartość stycznego pola magnetycznego na powierzchni S , jeżeli znamy styczne pole elektryczne w szczelinie. Aby ująć jednocześnie mody TE i TM , wprowadzamy następujące oznaczenia:

Przypadek TE

Przypadek TM

$$E = E_{\eta}^{(e)}$$

$$E = E_z^{(m)}$$

$$H = H_{z_1}^{(e)} - H_{z_2}^{(e)}$$

$$H = H_{\eta_1}^{(m)} - H_{\eta_2}^{(m)}$$

$$\Psi = \frac{-k^2(G_1 - G_2)}{2\pi j\omega\mu}$$

$$\Psi = \frac{-j\omega\varepsilon}{2\pi k^2} \left(\frac{\partial^2 G_1^{(m)}}{\partial \xi \partial \xi'} - \frac{\partial^2 G_2^{(m)}}{\partial \xi \partial \xi'} \right) \quad (24)$$

$$h = h_1 h_2$$

$$h = h_2$$

Rozpatrzmy równanie całkowe

$$\int_{\text{szczel.}} E(\eta') H(\eta') h_1 h_2 d\eta' = 0. \quad (25)$$

Równanie to jest identycznością dla rzeczywistego pola, ponieważ w szczelinie H jest wszędzie równe zeru. Wykażemy, że znając E z przybliżeniem pierwszego rzędu, możemy obliczyć z (25) wartość k z przybliżeniem drugiego rzędu. Inaczej mówiąc, k wyznaczone z (25) jest stosunkowo nieczułe na zmiany E wokół jej wartości ścisłej. Podstawiając (21) lub (23) do (25) otrzymujemy

$$\int_{\text{szczel.}} h' E(\eta') d\eta' \int_{\text{szczel.}} h E(\eta) \psi(\eta', k) d\eta = 0. \quad (26)$$

Załóżmy, że pole elektryczne jest dane jako $E + \delta E$. Jeżeli k jest szukana wartością ścisłą, możemy rozwinąć funkcję ψ od k w szereg Taylora, co po podstawieniu do (26) daje

$$\int_{\text{szczel.}} h' (E + \delta E) d\eta' \int_{\text{szczel.}} h (E + \delta E) \left(\psi + \frac{\partial \psi}{\partial k} \delta k + \dots \right) d\eta = 0. \quad (27)$$

Ograniczając się do członów pierwszego rzędu, możemy (27) napisać w postaci

$$\begin{aligned} \int h' E d\eta' \int h E \psi d\eta + \int h' E d\eta' \int h \delta E \psi d\eta + \\ + \int h' \delta E d\eta' \int h E \psi d\eta + \delta k \int h' E d\eta' \int h E \frac{\partial \psi}{\partial k} d\eta = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Zauważmy, że $\psi(\eta, \eta', k) = \psi(\eta', \eta, k)$, ponieważ zgodnie z zasadą wzajemności potencjał w punkcie η' od źródła liniowego w η równa się potencjałowi w punkcie η od źródła liniowego w η' . A więc druga i trzecia całka w (28) są identyczne i równe

$$\int_{\text{szczel.}} \delta E(\eta') H(\eta') h_1 h_2 d\eta' = 0, \quad (29)$$

ponieważ $H(\eta') = 0$ w szczelinie. Jednocześnie pierwsza całka w (28) równa się również zeru, gdyż jest identyczna z (25). Pozostaje więc

$$\delta k \int_{\text{szczel.}} h' E(\eta') d\eta' \int_{\text{szczel.}} h E(\eta) \frac{\partial \psi}{\partial k} d\eta = 0. \quad (30)$$

Ponieważ na ogół wartość całki nie może być równa identycznie zeru, z (30) wynika wyżej sformułowany wniosek $\delta k = 0$. Powyższe rozumowanie można oczywiście przeprowadzić w oparciu o składową styczną pola magnetycznego H na ściankach falowodu i walca. Jednakże taka ewentualność jest mniej korzystna ze względu na trudność zrobienia trafnej hipotezy co do struktury H , podczas gdy jest stosunkowo łatwo w większości przypadków obrać odpowiednią składową styczną pola elektrycznego E .

Reasumując, proponowana metoda wariacyjna składa się z:

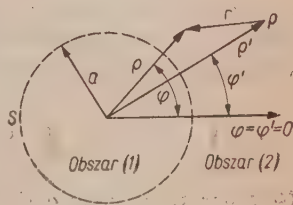
- rozwiązania problemu potencjału skalarnego od źródła liniowego w obszarach wewnętrznym i zewnętrznym, spełniającego narzucone warunki brzegowe na ściankach falowodu i walca,
- przyjęcia przybliżonego stycznego pola E w szczelinie i obliczenia k , korzystając z równania (26). Mając k , możemy już bez trudu wyznaczyć z (7) stałą propagacji γ , której część urojona jest stałą fazową, zaś część rzeczywista — stałą tłumienia.

Zastosujemy tę metodę do problemu kołowego walca ze szczeliną (rys. 4). Zaczynamy przede wszystkim od wyznaczenia odpowiedniej funkcji Greena. Zadanie polega na znalezieniu potencjału źródła liniowego, spełniającego odpowiednie warunki brzegowe na powierzchni danego walca. Rozpatrzmy obszar zewnętrzny (2) i niech G_2 jest sumą pola padającego G_2^p i pola odbitego G_2^0

$$G_2 = G_2^p + G_2^0 \quad (31)$$

G_2^p jest po prostu polem źródła liniowego, promieniującego w próżni. Opuszczając czynnik $e^{i\gamma z}$, wyrazimy wzorem

$$G_2^p = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kr), \quad (32)$$



Rys. 4.

gdzie $H_0^{(2)}$ jest funkcją Hankela zerowego rzędu. Z rys. 4 mamy

$$r^2 = \varrho^2 + \varrho'^2 - 2\varrho\varrho' \cos(\varphi - \varphi'). \quad (33)$$

Korzystając z twierdzenia dodawania dla funkcji cylindrycznych [2]

$$H_0^{(2)}(kr) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n J_n(k\varrho) H_n^{(2)}(k\varrho') \cos n(\varphi - \varphi') \quad \varrho < \varrho', \quad (34)$$

gdzie $\delta_n = 1$ dla $n=0$ i $\delta_n = 2$ dla $n > 0$,

możemy (32) napisać jako

$$G_2^p = \frac{1}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n J_n(k\varrho) H_n^{(2)}(k\varrho') \cos n(\varphi - \varphi'), \quad (35)$$

G_2^0 przyjmujemy w postaci

$$G_2^0 = \frac{1}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n b_n H_n^{(2)}(k\varrho) \cos n(\varphi - \varphi'), \quad (36)$$

gdzie stałe współczynniki b_n należy wyznaczyć z warunków brzegowych. Podstawiając (35) i (36) do (31) otrzymujemy

$$G_2 = \frac{1}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n [H_n^{(2)}(k\varrho') J_n(k\varrho) + b_n H_n^{(2)}(k\varrho)] \cos n(\varphi - \varphi') \quad (37)$$

i

$$\frac{\partial G_2}{\partial \varrho} = \frac{k}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n [H_n^{(2)}(k\varrho') J_n'(k\varrho) + b_n H_n^{(2)'}(k\varrho)] \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (38)$$

Przyjmując warunek brzegowy (20), to jest $\frac{\partial G_2}{\partial \varrho} = 0$ dla $\varrho = a$, musimy ze względu na ortogonalność zmienności φ w przedziale $(0, 2\pi)$ przyjąć, że każdy człon szeregu z osobna równa się zeru. Stąd mamy wyrażenia dla współczynników stałych b_n

$$b_n = - \frac{J_n'(ka)}{H_n^{(2)'}(ka)} H_n^{(2)}(k\varrho'). \quad (39)$$

Gdy $\varrho \rightarrow a$, równanie (37) przyjmuje postać

$$G_2 = \frac{1}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n H_n^{(2)}(k\varrho') \left[\frac{J_n(ka) H_n^{(2)'}(ka) - J_n'(ka) H_n^{(2)}(ka)}{H_n^{(2)'}(ka)} \right] \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (40)$$

Otóż licznik w nawiasie kwadratowym można przekształcić [1]

$$J_n H_n^{(2)'} - J_n' H_n^{(2)} = J_n H_{n-1}^{(2)} - J_{n-1} H_n^{(2)} = \frac{2}{\pi j a k}. \quad (41)$$

Zakładając, że $\varrho' = a$, równanie (40) staje się

$$G_2 = -\frac{1}{2\pi ka} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{H_n^{(2)}(ka)}{H_n^{(2)'}(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (42)$$

Gdybyśmy przyjęli warunek brzegowy (22), to jest $G^{(m)} = 0$ dla $\varrho = a$, równanie (37) dostarcza bezpośrednie wyrażenie dla $b_n^{(m)}$

$$b_n^{(m)} = -\frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} H_n^{(2)}(k\varrho'). \quad (43)$$

Wówczas (38) z $\varrho = a$ można napisać

$$\frac{\partial G_2^{(m)}}{\partial \varrho} = \frac{k}{4j} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \left[\frac{J_n'(ka) H_n^{(2)}(ka) - J_n(ka) H_n^{(2)'}(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} \right] H_n^{(2)}(k\varrho') \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (44)$$

Korzystając z (41) mamy

$$J_n' H_n^{(2)} - J_n H_n^{(2)'} = -\frac{2}{\pi j a k}.$$

Podstawienie tego do (44), a następnie zróżniczkowanie tego równania względem ϱ' , daje dla $\varrho' = a$

$$\frac{\partial^2 G_2^{(m)}}{\partial \varrho \partial \varrho'} = \frac{k}{2\pi a} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{H_n^{(2)'}(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (45)$$

Analogiczne obliczenia pozwalają wyznaczyć odpowiednie funkcje Greena dla wewnętrznego obszaru przy $\varrho = \varrho' = a$

$$G_1 = -\frac{1}{2\pi ka} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{J_n(ka)}{J_n'(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'), \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 G_1^{(m)}}{\partial \varrho \partial \varrho'} = \frac{k}{2\pi a} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{J_n'(ka)}{J_n(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (47)$$

Wyrażenia (42), (45), (46) i (47) są wyrażeniami funkcji Greena występującej w równaniach (21) i (23).

Dla specjalnego przypadku kołowego walca ze szczeliną, gdy zewnętrzna powierzchnia walcowa i ścianki falowodu zlewają się, możemy przyjąć

$$\begin{aligned} \xi = \varrho & \quad h_1 = 1, \\ \eta = \varphi & \quad h_2 = \varrho. \end{aligned} \quad (48)$$

Powierzchnia walca jest określona równaniem $\varrho = a$. Korzystając z poprzednio otrzymanych wyników, funkcję ψ z równania (24) dla przypadku TE można, zgodnie z (42) i (46), napisać w postaci

$$\begin{aligned} \psi_{TE} &= -\frac{k^2}{2\pi j\omega\mu} \left\{ -\frac{1}{2\pi ka} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{J_n(ka)}{J_n(ka)} \cos n(\varphi - \varphi') + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2\pi ka} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{H_n^{(2)}(ka)}{H_n^{(2)'}(ka)} \cos n(\varphi - \varphi') \right\} = \\ &= -\frac{k}{4\pi^2 j\omega\mu a} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{H_n^{(2)}(ka) J_n'(ka) - H_n^{(2)'}(ka) J_n(ka)}{H_n^{(2)'}(ka) J_n'(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (49) \end{aligned}$$

lub uwzględniając (41)

$$\psi_{TE} = -\frac{1}{2\pi^3 a^2 \omega\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{1}{J_n'(ka) H_n^{(2)'}(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (50)$$

Podobnie, w przypadku TM podstawienie (45) i (47) do (24) daje

$$\psi_{TM} = \frac{\omega\epsilon}{2\pi^3 a^2 k^2} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{1}{J_n(ka) H_n^{(2)}(ka)} \cos n(\varphi - \varphi'). \quad (51)$$

Teraz możemy już napisać ścisłe równania całkowe, które wyznaczają szukaną wielkość k .

I tak dla przypadku TE podstawienie (50) do (26) daje

$$\sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{1}{J_n(ka) H_n^{(2)'}(ka)} \int_{\text{szcel.}} E_r^{(e)}(\varphi') d\varphi' \int_{\text{szcel.}} E_r^{(e)}(\varphi) \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi = 0, \quad (52)$$

a dla przypadku TM podstawienie (51) do (26) daje

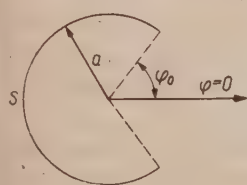
$$\sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{1}{J_n(ka) H_n^{(2)}(ka)} \int_{\text{szcel.}} E_z^{(m)}(\varphi) d\varphi \int_{\text{szcel.}} E_z^{(m)}(\varphi) \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi = 0. \quad (53)$$

Jest oczywiste, że równania te wyznaczają nieskończoną ilość wartości k , co odpowiada nieskończonemu zbiorowi rozkładów pól o różnych stałych propagacji, analogicznych do modów falowodowych. Należy sądzić, że jeżeli szczeliny są dostatecznie wąskie, mody walca ze szczelinami będą mało się różnić od modów falowodowych. Pozwala to zastosować w naszym przypadku tę samą klasyfikację modów, jaka istnieje dla falowodów zamkniętych. Tak na przykład mod TE_{11} falowodu szczelinowego odpo-

wiada takiemu pobudzeniu, które w falowodzie zamkniętym daje mod TE_{11} .

Rozpatrzmy dla ilustracji dwa mody najniższego rzędu walca z jedną szczeliną, a mianowicie TE_{11} i TM_{01} . Dla pierwszego przyjmujemy pobudzenie antysymetryczne względem średnicy przechodzącej przez środek szczeliny. W tych warunkach możemy w naszej metodzie wariacyjnej jako przybliżoną wartość stycznego pola E w szczelinie przyjąć $E_{\varphi}^{(e)}=1$.

Dla modu TM_{01} przyjmijmy jako pierwsze przybliżenie $E_z^{(m)} = \cos \frac{\pi \varphi}{2\varphi_0}$ w szczelinie, gdzie φ_0 jest określone na rys. 5. Przy tych założeniach obliczenie całek występujących w (52) i (53) daje następujące wyrażenia:



Rys. 5.

$$\int_{\text{szczel.}} E_{\varphi}^{(e)}(\varphi') d\varphi' \int_{\text{szczel.}} E_{\varphi}^{(e)}(\varphi) \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi d\varphi' = \left(\frac{2 \sin n \varphi_0}{n} \right)^2, \quad (54)$$

$$\int_{\text{szczel.}} E_z^{(m)}(\varphi') d\varphi' \int_{\text{szczel.}} E_z^{(m)}(\varphi) \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi =$$

$$= \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \cos \frac{\pi \varphi}{2\varphi_0} \cos \frac{\pi \varphi'}{2\varphi_0} \cos n(\varphi - \varphi') d\varphi d\varphi' = \left(\frac{4\pi \varphi_0 \cos n \varphi_0}{\pi^2 - (2n\varphi_0)^2} \right)^2. \quad (55)$$

Ponieważ założyliśmy bliskość szukanych modów i odpowiednich modów falowodowych, możemy przyjąć

$$ka = k_0 a + \varepsilon, \quad (56)$$

gdzie k_0 odpowiada modowi falowodowemu, a ε jest małą liczbą zespoloną.

Rozwijając (52) i (53) w szereg Taylora w otoczeniu $k_0 a$ otrzymujemy równania o postaci

$$\sum_{l=0}^{\infty} C_l(\varphi_0) \varepsilon^l = 0. \quad (57)$$

Zgodnie z założeniem ε jest małe, co pozwala w rozwinięciu (57) ograniczyć się do członów o potęgach $l \leq 2$ przy wyznaczaniu ε . Wprowadzając oznaczenia

$$C_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{1}{J'_n(k_0 a) H_n^{(2)'}(k_0 a)} \left(\frac{2 \sin n \varphi_0}{n} \right)^2, \\ C_1 = - \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \frac{J''_n(k_0 a) H_n^{(2)'}(k_0 a) + J'_n(k_0 a) H_n^{(2)''}(k_0 a)}{[J'_n(k_0 a) H_n^{(2)'}(k_0 a)]^2} \left(\frac{2 \sin n \varphi_0}{n} \right)^2, \quad (58)$$

$$C_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n \left\{ \frac{\left[\frac{J_n''(k_0 a)}{J_n'(k_0 a)} - \frac{H_n^{(2)''}(k_0 a)}{H_n^{(2)'}(k_0 a)} \right]^2 - \left[\frac{J_n'''(k_0 a)}{J_n'(k_0 a)} + \frac{H_n^{(2)'''}(k_0 a)}{H_n^{(2)'}(k_0 a)} \right]}{J_n'(k_0 a) H_n^{(2)'}(k_0 a)} \right\} \left(\frac{2 \sin n \varphi_0}{n} \right)^2$$

możemy równanie (57) napisać uwzględniając (52) i (54)

$$C_2 \varepsilon^2 + C_1 \varepsilon + C_0 = 0, \quad (59)$$

skąd już łatwo obliczyć ε . Warto zaznaczyć, że dla modu TE_{11} w zwykłym falowodzie $k_0 a = 1,84$. Znając wartość argumentu znajdujemy bez trudu wartości liczbowe współczynników C_0 , C_1 i C_2 .

Dla wyznaczenia ε w przypadku modu TM_{01} , postępujemy w sposób identyczny, z tym, że równaniami wyjściowymi są (53) i (55), a współczynniki liczbowe są funkcjami cylindrycznymi o argumentie $k_0 a = 2,4$, który odpowiada modowi TM_{01} w zamkniętym falowodzie kołowym.

Jeżeli $|\varepsilon|$ jest bardzo małe, można poprawkę ε obliczyć w pierwszym przybliżeniu ograniczając się do członu pierwszej potęgi w szeregu (57). Daje to

$$\varepsilon = -\frac{C_0}{C_1}, \quad (60)$$

gdzie C_0 i C_1 są określone w (58).

WYKAZ LITERATURY

1. Jahnke E., Emde F.: *Tables of functions*, N. Y. 1948.
2. Ryzik I., Gradsztejn I.: *Tablicy integralow, sum, riadow i proizwiedienij*, Moskwa, 1951.
3. Stratton J.: *Electromagnetic theory*, N. Y. 1941.

ПРОПАГАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ВДОЛЬ ЩЕЛИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Резюме

Статья посвящена теории щелевых антен. После доказательства независимости размещения электрически поперечных полей (ТЕ) и магнетически поперечных полей (ТМ) выведены уравнения полей при использовании соответственных функций Грина. Для определения постоянной пропагации, применен вариационный метод расчета, дающий возможность получения любой точности вычисления даже в случае когда известно только приблизительное размещение поля в щели.

PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVE ALONG THE SLOT
OF CYLINDRICAL SURFACE

Summary

The work is concerned with the theory of slot antennae. Independence of distribution of transversal electric (TE) and transversal magnetic (TM) fields is proved and the equations of fields by introduction of corresponding Green function is derived. To determine the constant of propagation the variational method is applied which enables to obtain an arbitrary accuracy even when the approximate field distribution in the slot is only known.



621.316.98 : 621.3.015.51.

STANISŁAW SZPOR

Lightning surges in extensive station grounding systems

11. 5. 59

The report deals with voltage drops arising in extensive grounding grids of substations under lightning currents. Equivalent diagrams of such grids are developed, comprising greater and greater areas in a compact form. Then voltage processes in relatively simple diagrams, the two — and the three — resistance diagram, are analysed. Graphs are given, in order to enable rapid calculations in a wide range of circumstances. A series of numerical examples shows a rather moderate danger of back flashes across the high — voltage insulation.

Some measures against back flashes are considered. One method consists in the reduction of the resistances and/or the inductances near the point of impact by adding electrodes and/or connections in that region. Avoiding situations of the diverter masts or shield — wire supports on the edges of the grounding area is sometimes opportune. An efficacious measure consists in keeping medium — voltage circuits far from the diverter masts and ground — wire supports (quasi — separate grounding). Distribution of the lightning current between numerous paths to ground is evidently favorable. Particular dangers of voltage — drops along the masts and down conductors are mentioned. Underground cables are considered as an excellent measure against back flashes.

1. INTRODUCTION

Dangerous inductive voltage drops may arise during the occurrence of lightning currents in extensive grounding systems used in large substations. Total lightning currents are to be feared particularly. Two cases may be pointed in this connection.

a. When lightning strikes a shield wire or a diverter mast over a substation, then voltage drops in the ground resistance and across the inductances of the grounding system may give rise to a back flash from a grounded part to a phase conductor. Experience in overhead lines proves that it is extremely difficult to eliminate back flashes at lower voltage ratings, if only normal insulation is exposed to the voltage drops. With excellent ground resistances, inductive voltage drops are often the chief reason of back flashes across the medium — voltage insulation.

b. When lightning touches a line conductor near an inductance coil (choke coil) used as a barrier in front of the substation [3, 5] and when

the current flows chiefly through an expulsion tube, arrester or primitive gap at the line side of the coil to the common ground, then inductive voltage drops in the grounding system may disturb the insulation coordination. They ought to be limited (like voltage drops along phase conductors) to some fraction of the voltage margin between the basic insulation level and the arrester level. This condition is most severe as compared with case a, in which the basic level may be utilized against the voltage drops in the grounding system.

Separate grounds are sometimes claimed for the shield wires and diverter masts in medium—voltage substations as a safe measure against back flashes. The advantages of a separate ground would be probably more marked for the line side of choke coils. However, high costs and technical difficulties are reasons against separate grounds.

The purpose of the following study is to give mathematical bases for calculations of voltage drops in extensive groundings, to throw some light on the necessity of separate grounds and to show possibilities and conditions of a safe interconnection of grounds.

2. EQUIVALENT DIAGRAMS OF GROUNDING GRIDS

Extensive grounding grids are to be transformed into reasonably simple diagrams, in order to facilitate the analysis of surge phenomena. Fig. 1 represents a grounding grid with square meshes. Small circles

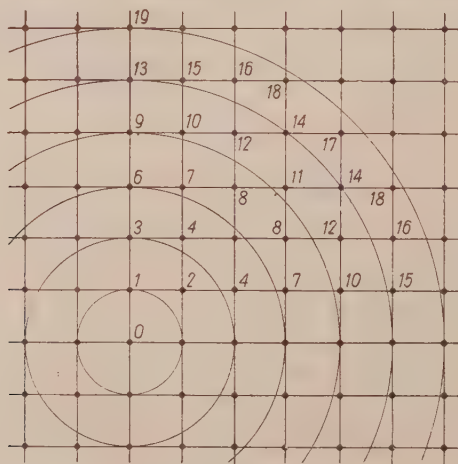


Fig. 1. Grounding grid.

indicate either driven tubes or only joints between buried conductors. The lightning current enters the grid at point 0. If it is a corner of the grounding system, then one quarter of the surface around point 0 is

active. If point 0 is situated on the edge of the grid, far from the corners, then two quarters are to be considered. If point 0 is inside the grid, far from the edges, then all four quarters must be taken into account. Successive numbers in Fig. 1 indicate farther and farther crossing points in one quarter. Common numbers (4, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18) are used for points in similar situations.

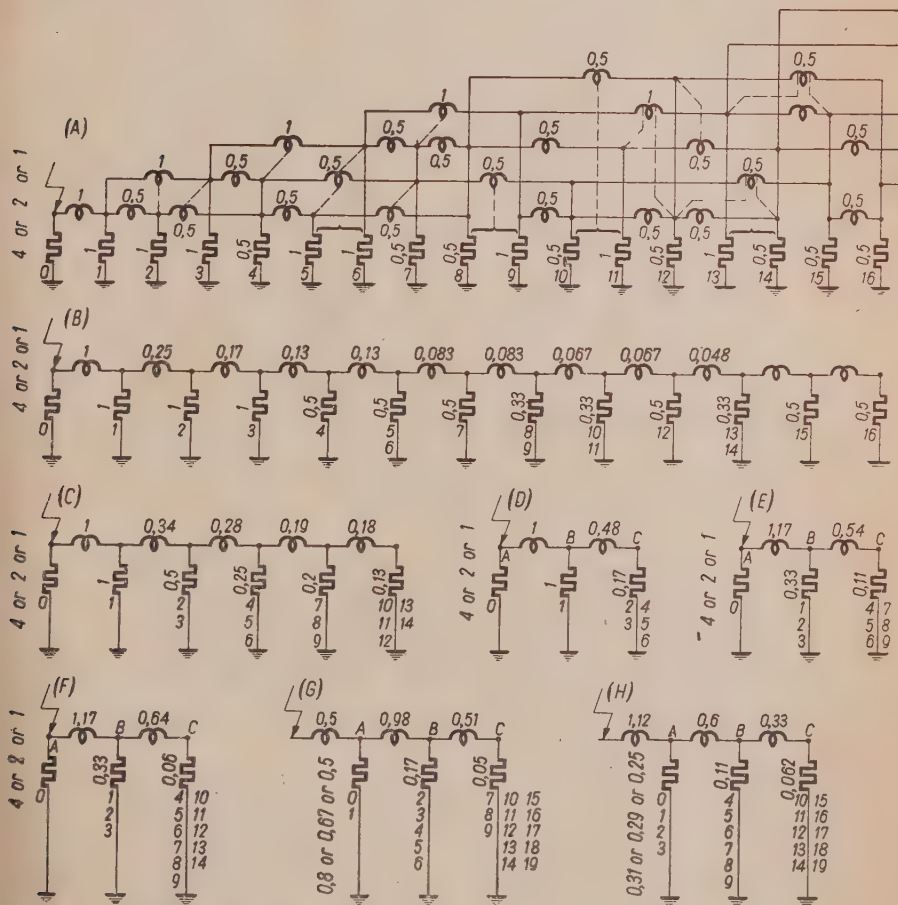


Fig. 2. Equivalent diagrams of the grounding grid. The numbers at the bottom of the resistances indicate the elements according to Fig. 1. The numbers above, near the resistances and inductances, indicate the relative values. Three values of first resistances on the left correspond to three points of impact.

Diagram (A) in Fig. 2 represents successive points as resistances. The numbers at the bottom correspond to Fig. 1. The number above indicates the value of each resistance, 1 for a single crossing point, 0,5 for two

points in parallel. Inductances of the conductors between numbered points are represented exactly after Fig. 1. Adjacent numbers indicate relative values of inductances, 1 for a single conductor, 0,5 for two conductors in parallel. This diagram is evidently inconvenient for theoretical studies.

A much simpler diagram is obtained in part (B) of Fig. 2 as a result of some approximate operations. First some equipotential lines are imagined and plotted as broken lines in diagram (A) of Fig. 2. If such lines end at intermediate points of inductances, then the latter are divided arbitrarily into two or three equal parts. Consequently groups of inductances are put in parallel. Resultant inductances between successive points are indicated in diagram (B). Furthermore, some crossing points, 5 and 6, 8 and 9, 10 and 11, 13 and 14, are connected in parallel. Resultant values of resistances are inscribed in diagram (B).

Farther simplification is accomplished in diagram (C) of Fig. 2. Crossing points are joined into groups corresponding to bands between successive circles in Fig. 1. The numbers at the bottom of diagram (C) indicate the crossing points after Fig. 1. The numbers above give the resultant resistances of the groups. The values of the inductances are taken from diagram (B) between approximate centres of successive groups. E. g. groups 2, 3 and 4, 5, 6 are separated by an inductance $0,5 \cdot 0,17 + 0,13 + 0,5 \cdot 0,13 = 0,28$. The resistances and the inductances in this diagram decrease similarly, as the distance from the point of impact increases.

Three following diagrams in Fig. 2, (D), (E) and (F), represent, as compared with diagram (C), larger groups at greater distances from point 0. The reason of a minute representation near the point of impact is the concentration of highest inductive voltage drops in that region. The reason of joining more elements farther from point 0 and replacing them by single resistances is the convenience of a relatively simple diagram corresponding to a large area.

Diagrams (G) and (H) in Fig. 2 are still more concentrated. Joining of elements 0 and 1 is not always right. Inductance 0,5 on the left is determined up to the middle point between elements 0 and 1.

Diagrams (D), (E), (F), (G) and (H) without farther inductances and resistances on the right are numerical examples of the three — resistance diagram discussed in sections 3 and 4. Different diagrams of Fig. 2 may be suitable for different circumstances.

All diagrams in Fig. 2 are fitted to the three cases as mentioned above namely with the point of impact at a corner, on the edge or inside the area of the grounding system. The resistance of element 0 is to be taken respectively equal to 1, 2 or 4, whereas farther values in the diagram

are determined for one quarter of the area around point 0. Indeed, only one half or one quarter of the grounding element 0 collaborates with the quarter of the surrounding area in the second or in the third case. Furthermore, it is legitimate to take resistances and inductances directly from Fig. 2 in the first case, to divide them by 2 in the second case (two quarters of the area) and by 4 in the third case (four quarters).

3. MATHEMATICAL ANALYSIS OF SURGE PHENOMENA

Fig. 3 represents the two — resistance diagram as the simplest basis of mathematical studies. Resistances R_A and R_B are separated by inductance L_{AB} . Former investigations are devoted chiefly to the problem how the lightning current i divides between the two resistances [3, p. 461]. In the present study however, voltage drop u_{AB} is to be analysed.

The basic differential equation may be easily deduced in the form:

$$u_{AB} + \frac{L_{AB}}{R_A + R_B} \cdot \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{R_A}{R_A + R_B} L_{AB} \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Assuming an exponential front of the lightning current:

$$i = i_{\max} [1 - \exp(-t/T_f)], \quad (2)$$

and substituting:

$$T = \frac{L_{AB}}{R_A + R_B}, \quad (3)$$

leads to the solution:

$$u_{AB} = R_A i_{\max} \frac{T/T_f}{T/T_f - 1} \left[\exp\left(-\frac{t}{T}\right) - \exp\left(-\frac{t}{T_f}\right) \right]. \quad (4)$$

Discussion shows that u_{AB} reaches a maximum:

$$u_{AB\max} = R_A i_{\max} \varphi, \quad (5)$$

$$\varphi = \frac{T/T_f}{T/T_f - 1} \left[\left(\frac{T}{T_f} \right)^{-\frac{1}{T/T_f - 1}} - \left(\frac{T}{T_f} \right)^{-\frac{T/T_f}{T/T_f - 1}} \right], \quad (6)$$

at the instant

$$t = T_f \psi, \quad (7)$$

$$\psi = \frac{T/T_f}{T/T_f - 1} \ln \frac{T}{T_f}. \quad (8)$$

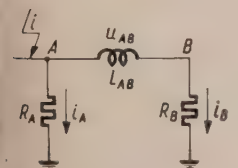


Fig. 3. Two — resistance diagram.

Fig. 4 illustrates the variation of factor φ and ψ with T/T_f . Small ratios T/T_f , i. e. relatively small time constants T , give low values of φ , which favours an effective protection, and low values of ψ , determi-

ning short fronts of u_{AB} . For extremely small T/T_f , beyond the graph in Fig. 4, formulae (6) and (8) take approximate forms:

$$\varphi = \frac{T}{T_f}, \quad \psi = \frac{T}{T_f} \ln \frac{T_f}{T}. \quad (9)$$

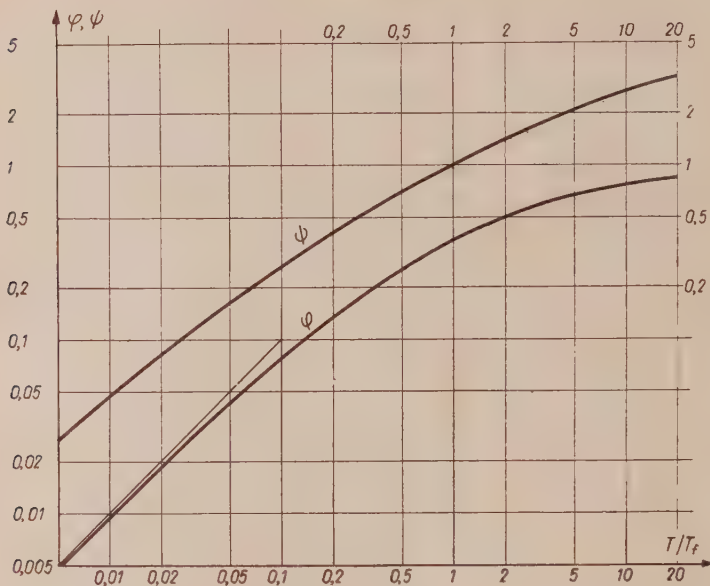


Fig. 4. Variation of factors φ and ψ with the ratio T/T_f (time constant/front of the lightning current) for the two — resistance diagram.

Fig. 5 represents the more complicated three — resistance diagram, consisting of three resistances R_A, R_B, R_C and two inductances L_{AB}, L_{BC} . Investigation of voltage drops u_{AB} and u_{BC} gives at first two differential equations:

$$\frac{R_B + R_C}{L_{BC}} u_{BC} + \frac{du_{BC}}{dt} = \frac{R_B}{L_{AB}} u_{AB}, \quad (10)$$

$$\frac{R_A + R_B}{L_{AB}} u_{AB} + \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{R_B}{L_{BC}} u_{BC} + R_A \frac{di}{dt}. \quad (11)$$

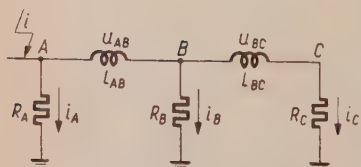


Fig. 5. Three — resistance diagram.

The elimination of u_{AB} , the assumption:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_B}{R_C} = k, \quad (12)$$

the substitution:

$$\frac{L_{AB}}{L_{BC}} = m \quad (13)$$

and rewriting of formula (3) for the time constant T lead to the differential equation:

$$\frac{d^2 u_{BC}}{dt^2} + \frac{k+m}{kT} \cdot \frac{du_{BC}}{dt} + \frac{m(k^2+k+1)}{k(k+1)^2} u_{BC} = \frac{k}{(k+1)T} \cdot \frac{di}{dt}. \quad (14)$$

Assuming again expression (2) for the lightning current gives the solution:

$$u_{BC} = R_A i_{\max} \frac{1}{(k+1) \frac{T}{T_f} XYZ} \times \left[X \exp\left(-\frac{t}{T_f}\right) - Y \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + Z \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right], \quad (15)$$

$$\frac{1}{T_{1,2}} = \frac{1}{2kT} \left[k+m \pm \sqrt{(k+m)^2 - \frac{4km(k^2+k+1)}{(k+1)^2}} \right], \quad (16)$$

$$X = \frac{T_f}{T_1} - \frac{T_f}{T_2}, \quad Y = 1 - \frac{T_f}{T_2}, \quad Z = 1 - \frac{T_f}{T_1}. \quad (17)$$

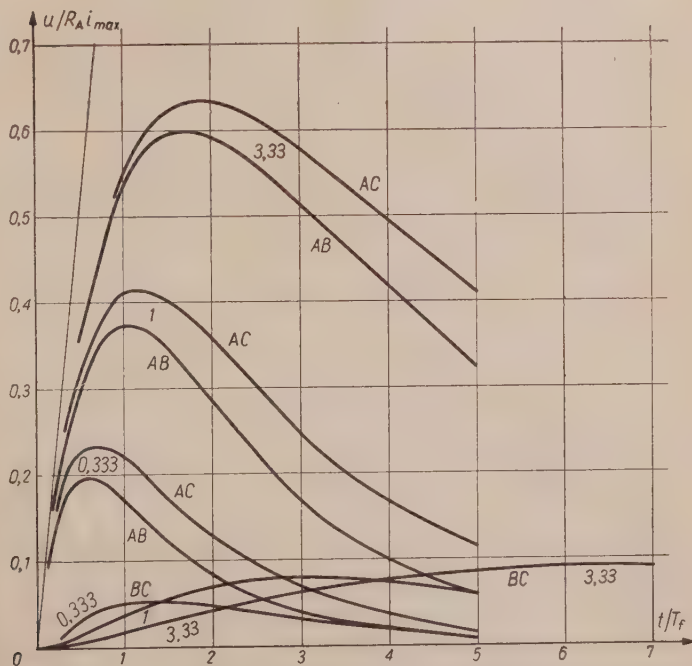


Fig. 6. Examples of voltage processes in the three — resistance diagram with $k=5$, $m=2$, $T/T_f=0.333$ or 1 or 3.33. Curves AB, BC and AC for u_{AB} , u_{BC} and u_{AC} .

At last, a formula for u_{AB} may be found on the basis of equation (10):

$$u_{AB} = R_A i_{\max} \frac{1}{\frac{T}{T_f} XYZ} \times \left[U \exp\left(-\frac{t}{T_f}\right) - V \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + W \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) \right], \quad (18)$$

$$U = X \left(\frac{m}{k} - \frac{T}{T_f} \right), \quad V = Y \left(\frac{m}{k} - \frac{T}{T_1} \right), \quad W = Z \left(\frac{m}{k} - \frac{T}{T_2} \right). \quad (19)$$

Fig. 6 gives examples of voltage drop variations after formulae (15) and (18), with $k=5$, $m=2$, $T/T_f=1/3$ or 1 or $10/3$, as indicated in the graph. Curves AB represent u_{AB} , BC — u_{BC} , AC — the total inductive voltage drop:

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}.$$

Voltage drop u_{AB} reaches much higher values than u_{BC} ; the difference is far greater than would be indicated by the factor $m=2$. Thus u_{BC} plays a rather slight part in u_{AC} . Furthermore, u_{BC} shows longer fronts than u_{AB} . Smaller ratios T/T_f are advantageous in connection with both u_{AB} and u_{BC} , however more markedly with u_{AB} .

Fig. 7 gives values of factors φ_{AB} (four middle curves AB), φ_{BC} (three lower lines BC) and φ_{AC} (three upper curves AC), which facilitate the determination of the peak values in a way analogous to equation (5):

$$u_{AB \max} = R_A i_{\max} \varphi_{AB}, \quad (20)$$

$$u_{BC \max} = R_A i_{\max} \varphi_{BC}, \quad (21)$$

$$u_{AC \max} = R_A i_{\max} \varphi_{AC}. \quad (22)$$

Curve 0 of φ_{AB} corresponds to the two — resistance diagram of Fig. 3 and to the graph in Fig. 4. Curves 1 — 1 are to be used with $k=1$, $m=1$, curves 3 — 3 — with $k=3$, $m=3$, curves 5 — 2 — with $k=5$, $m=2$. Characteristics of φ_{AB} for three — resistance diagrams are situated slightly higher than curve 0 for the two — resistance diagram. The differences are more marked at smaller ratios T/T_f . Curve 1 — 1 is the highest, curves 5 — 2 and 0 are close to each other. Characteristics of φ_{BC} show much greater differences between cases 1 — 1, 3 — 3 and 5 — 2.

Fig. 8 represent a somewhat more complicated three — resistance diagram, with additional inductance L_0 . Voltage drops u_{AB} and u_{BC} may

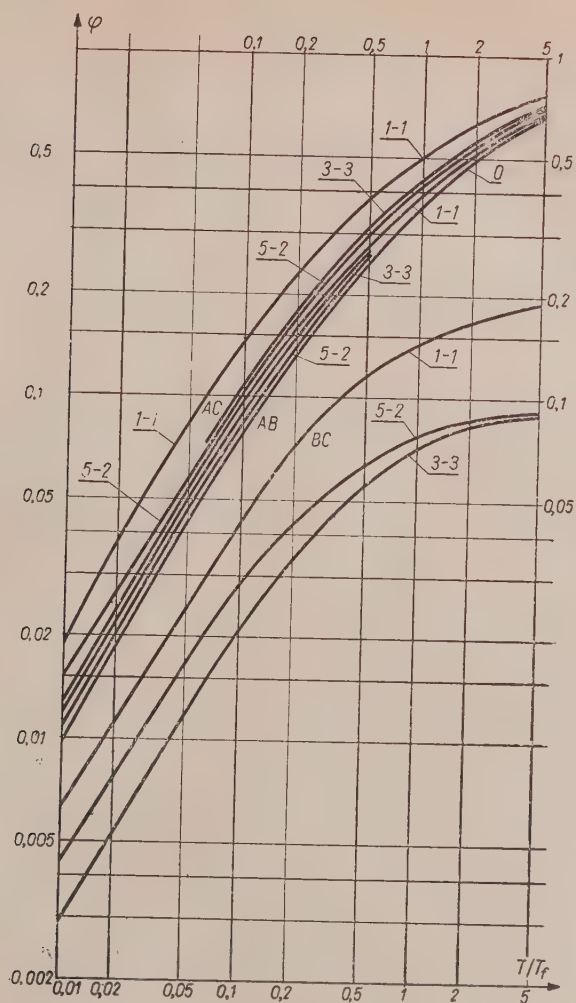


Fig. 7. Variation of factors φ with the ratio T/T_f (time constant/front of the lightning current) for the three — resistance diagram with different ratios k (values on the left) and m (values on the right). Lower curves BC — for φ_{BC} , medium curves AB — for φ_{AB} , upper curves AC — for φ_{AC} .

be determined by the use of formulae (10) to (22) and of the graph in Fig. 7. Furthermore, voltage drop u_0 corresponds to simple relations:

$$u_0 = L_0 \frac{di}{dt}, \quad (23)$$

$$u_{0 \max} = L_0 \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max}. \quad (24)$$

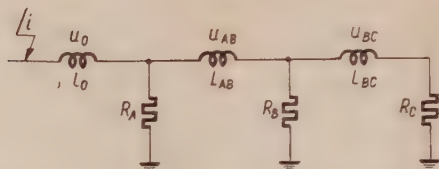


Fig. 8. Three — resistance diagram with additional inductance L_0 .

4. NUMERICAL EXAMPLES

Some numerical examples of voltage drops in extensive grounding grids may be put together, in order to show the usefulness of the equivalent diagrams proposed in section 2 and of the mathematical bases presented in section 3, to illustrate the dangers in substations and to find effective measures. In all examples below, the characteristics of the lightning current are: $i_{\max} = 150$ kA, $(di/dt)_{\max} = 50$ kA/ μ s, $T_f = 3$ μ s. If future publications on lightning records give higher values of $(di/dt)_{\max}$ than the above figure, as is sometimes anticipated, more severe results than those in the present analysis will be obtained.

Three points of impact are considered (section 2): inside the grounding system, on its edge and at the corner. For each of these cases convenient equivalent diagrams are chosen from Fig. 2 to fit the mathematical formulations and graphs in section 3 (ratios k and m).

For the elementary inductance, figuring as unity in the diagrams of Fig. 2, a value of 5μ H is taken uniformly in all cases. This corresponds to square meshes $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ and to a value of 1μ H/m or to some other combination of similar values. The reasons to adopt a smaller inductance than for overhead conductors are known [1]: small velocity of the electromagnetic — field propagation and different, sometimes even opposite directions of currents in adjacent conductors.

For the elementary resistance, indicated as unity in the diagrams of Fig. 2, four variants are selected: 6, 20, 60, 200 Ω . They cover a broad range of soil resistivity, say 30, 100, 300 and 1000 Ω m.

The most interesting details of the calculations and the results are put together in table 1. Factors φ_{BC} and φ_{AB} are taken from the graph in Fig. 7. The procedure is more exact for φ_{AB} and $u_{AB \max}$ than for φ_{BC} and $u_{BC \max}$, since the ratios k and m affect only slightly the factor φ_{AB} . Interpolation of φ_{BC} for values k and m which do not figure in the graph

is less certain. These operations are facilitated by the general indication that greater k and greater m give smaller φ_{BC} . Where values of φ_{BC} and $u_{BC\max}$ are lacking in table 1 (beyond the range of Fig. 7), the values of φ_{AB} correspond to the two — resistance diagram instead of the three — resistance diagram.

Two last columns in table 1 explain the importance of inductance L_{AB} . Simply computed voltage drop $L_{AB} (di/dt)_{\max}$ is markedly higher than $u_{AB\max}$, however of the same order. The difference is greater with smaller resistances, when the latter lower more effectively the voltage drop across L_{AB} . In this connection, resistance R_A may be compared with a sort of impedance L_{AB}/T_f (last column of table 1). This impedance is often, but not always, much smaller than R_A , which circumstance corroborates the importance of L_{AB} .

The effect of resistances on the farther voltage drop $u_{BC\max}$ is often more pronounced. Namely the values of $u_{BC\max}/u_{AB\max}$ are smaller than it could be attributed simply to the ratio $L_{BC}/L_{AB} = 1/m$. However with greatest resistances, this lowering effect upon $u_{BC\max}$ almost disappears.

The earth resistivity affects but slightly the voltage drops $u_{AB\max}$ and $u_{BC\max}$. When R_A increases from 6 to 200 Ω , $u_{AB\max}$ and $u_{BC\max}$ increase only moderately, say by a factor about 2.

Differences between the results of $u_{AB\max}$ and $u_{BC\max}$ obtained with different equivalent diagrams for the same point of impact and for the same earth resistivity may be explained chiefly by the fact that the diagrams correspond to different areas of the grounding grid. Diagrams covering greater areas give greater sums of calculated voltage drops. Diagrams (G) and (II) give relatively small values of $u_{AB\max}$ and $u_{BC\max}$ as compared with the other diagrams, but add important voltage drops $u_{0\max}$. The latter values are most probably somewhat too high, in connection with the method of separating the inductance L_0 .

Evidently, the equivalent diagram ought to cover a sufficiently great area, if it is intended to analyse the major part of the voltage drops. On the other hand, additional calculations with a diagram corresponding to a smaller area may serve to a more minute study of the voltage drops near the point of impact.

A comparison of the results for different points of impact but for the same soil resistivity shows great differences. The corner is the most dangerous situation, since it gives about 2 times higher voltage drops than for a point on the edge and approximately 4 times higher than for a point inside the grounding system. These figures correspond to all three voltage drops under consideration: $u_{AB\max}$, $u_{BC\max}$ and $u_{0\max}$. The situation of the impact point inside the grounding system is the most favorable.

Numerical

Impact point	Diagram $k; m$	L_{AB} μH	L_0 μH	R_1 Ω	R_A Ω	$\frac{T}{T_f}$
Inside	(D) 4; 2,1	1,25	—	6	6	0,056
				20	20	0,0167
				60	60	0,0056
				200	200	0,00167
	(G) 4,7; 1,9	1,22	0,625	6	1,2	0,281
				20	4	0,084
				60	12	0,0281
				200	40	0,0084
	(H) 2,8; 1,8	0,75	1,4	6	0,465	0,396
				20	1,55	0,1188
				60	4,65	0,0396
				200	15,5	0,01188
Edge	(F) 6; 1,8	2,93	—	6	6	0,139
				20	20	0,0418
				60	60	0,0139
				200	200	0,00418
	(G) 3,9; 1,9	2,45	1,25	6	2,01	0,324
				20	6,7	0,097
				60	20,1	0,0324
				200	67	0,0097
	(H) 2,6; 1,8	1,5	2,8	6	0,87	0,417
				20	2,9	0,125
				60	8,7	0,0417
				200	29	0,0125
Corner	(E) 3; 2,2	5,85	—	6	2	0,244
				20	6,67	0,0734
				60	20	0,0244
				200	66,7	0,00734
	(F) 3; 1,8	5,85	—	6	2	0,244
				20	6,67	0,0734
				60	20	0,0244
				200	66,7	0,00734
	(G) 2,9; 1,9	4,9	2,5	6	1,02	0,407
				20	3,4	0,122
				60	10,2	0,0407
				200	34	0,0122

examples

Table 1

φ_{BC}	φ_{AB}	$u_{BC\max}$ kV	$u_{AB\max}$ kV	$u_{0\max}$ kV	$L_{AB} \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max}$ kV	$\frac{L_{AB}}{T_f}$ Ω
0,019	0,051	17,1	45,9	—	62,5	0,42
0,007	0,0165	21	49,5			
—	0,0055	—	49,5			
—	0,00167	—	50,2			
0,049	0,175	8,8	31,5	31,2	61	0,41
0,025	0,073	15	43,8			
0,01	0,027	18	48,6			
0,0037	0,009	22,2	54			
0,065	0,225	4,5	15,7	70	37,5	0,25
0,035	0,092	8,1	21,4			
0,015	0,038	10,4	26,5			
0,0055	0,012	12,8	27,9			
0,035	0,105	31,5	94	—	146	0,98
0,014	0,04	42	120			
0,0055	0,014	49,5	126			
—	0,0041	—	123			
0,057	0,195	17,2	58,8	62,5	122	0,82
0,0295	0,08	29,7	80,6			
0,012	0,031	36,2	93,7			
0,0045	0,0105	45,3	106			
0,065	0,23	8,5	30	140	75	0,5
0,035	0,098	15,2	42,6			
0,015	0,04	19,6	52,2			
0,0055	0,013	23,9	56,7			
0,05	0,16	45	144	—	292	1,95
0,022	0,062	66	186			
0,0097	0,024	87,2	216			
—	0,0073	—	219			
0,05	0,16	45	144	—	292	1,95
0,022	0,062	66	186			
0,0097	0,024	87,2	216			
—	0,0073	—	219			
0,06	0,225	27	101	125	245	1,63
0,033	0,095	49,5	142,5			
0,0145	0,038	65,2	171			
0,0054	0,013	81,2	195			

1. CONTRIBUTION TO THE PRINCIPLES OF LIGHTNING PROTECTION FOR SUBSTATIONS

Numerical examples in section 4 show that the voltage drops u_{ABmax} , u_{ABmax} and u_{qmax} are often sufficiently low in comparison with the basic insulation levels even of medium-voltage insulation. Thus common grounding grids may be utilized for shield wires or diverter rods in most cases without particular measures. However, dangers of back flashes are not completely excluded under all circumstances.

Occurrence of back flashes in substations depends chiefly on the voltage drops in the grounding system. Other components of the overvoltage across the insulation are less important. Some voltage drops are induced along the phase conductors in connection with the voltage drops in the grounding system; this results rather in a reduction of the overvoltages across the insulation. Another component is induced on the phase conductors under the influence of the lightning channel; this rather aggravates the duty of the insulation. Finally, service voltages on phase conductors may add unfavorably to surge overvoltages across the insulation.

Calculations taking account of all components could be proposed somewhat similarly to the work done for overhead lines with ground wires. However, complicated circumstances in substations render the expediency of introducing smaller components into the computations highly questionable. On the other hand, the need of exact calculations is not great, if considerable safety margins are obtained without excessive expense.

If approximate calculations reveal some danger of back flashes, particularly with great soil resistivity and with lower voltage ratings, then it is possible to improve easily the common grounding system, in order to guarantee a full safety. Recurring to separate grounds for shield wires or rods is not necessary.

Simple measures consist in the reduction of resistance R_A and/or of inductance L_{AB} near the point A, where the lightning current may enter the grounding grid. Concentration of grounding electrodes there improves R_A . In order to obtain lower values of L_{AB} , a greater number of conductors in parallel may be used and/or the conductors may be disposed radially around point A. Reduction in L_{AB} results in smaller time constants T and in smaller factors q_{AB} .

Fig. 9 represents an example of supplying additional conductors near the diverter mast or the support of shield wires. The additional radial connections constitute straight paths from the impact point to the points 1 and give also relatively short paths to the points 2.

Conductions in section 4 pertaining to the situation of the point where the lightning current enters the grounding grid are important. If the circumstances are bad (great soil resistivity, lower voltage rating), then situations at the corners and on the edges of the grounding area are to be avoided, unless some other measures eliminate the back flashes even with such situations. Distances of about 5 or 10 metres from the edges may be regarded as sufficiently great.

An efficacious solution is the elimination of the highest portion u_{AB} of the voltage drops from the back — flash phenomena. Namely the electric circuits whose insulation is endangered, i. e. the lower-voltage circuits, are kept adequately far from the points where lightning current may enter the grounding grid, say at distances above some 5 metres. Then the insulation is exposed only to relatively low voltage drops, chiefly u_{BC} . The solution is somewhat similar to the system of separate grounds, where voltage drops are eliminated more radically. Thus the term of quasi-separate grounding may be used. Inductance L_{AB} acts as a barrier between resistances R_A and R_B . Higher values of L_{AB} give greater ratios m and smaller factors φ_{BC} (Fig. 7).

The system of quasi-separate grounds gives many advantages in comparison with the separate grounding. It is less expensive, does not present the dangers associated with the field distribution between separate grounds and gives economically a small — resultant resistance under short-circuit currents. Most probably, this is a sufficiently safe solution even under difficult circumstances.

If not the total lightning current, but a part enters a point of the grounding grid, then the voltage drops are much lower. Accordingly, a system of screen wires with numerous steel supports or down conductors presents less difficulties in eliminating back flashes than a series of separate diverter masts.

Beside the voltage drops along the buried conductors, relatively serious dangers of inductive voltage drops along the masts or down conductors are to be clearly understood. This corresponds to part L_0 of the equivalent diagram in Fig. 8. Relatively great inductances L_0 are highly dangerous particularly for medium-voltage insulators fastened on masts conducting lightning currents. Efficacious preventive means consist in locating the insulators on other structures.

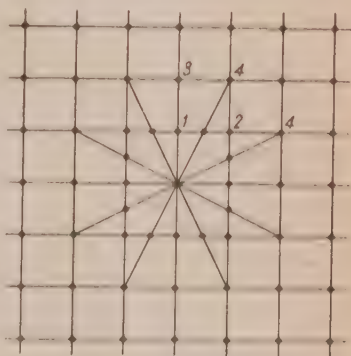


Fig. 9. Example of reinforcing the grounding grid around the point where the lightning current is introduced

Finally, it ought to be remembered that underground cables eliminate almost perfectly the dangers of voltage drops along the well conducting screens. Laboratory studies [4] corroborate this opinion. Use of underground cables may be sometimes the most adequate measure against the back flashes in medium-voltage circuits. Furthermore, underground cables or other conductors with solid screens are indispensable for low-voltage circuits.

More complicated problems of grounding at the two sides of inductance coils are analysed in an other report.

BIBLIOGRAPHY

1. Sunde E. D.: Trans. AIEE, 1940, p. 987.
2. Szpor S.: Archiwum Elektrotechniki, 1953, p. 275.
3. Szpor S.: Archiwum Elektrotechniki, 1956, p. 457.
4. Szpor S.: Samuła J.: Archiwum Elektrotechniki, 1957, p. 65.
5. Szpor S.: CIGRE 1958, r. 316.

ZJAWISKA UDAROWE OD PIORUNÓW W ROZLEGŁYCH UZIEMIENIACH STACYJNYCH

Niebezpieczne spadki napięciowe indukcyjne występują w wielkich uziemieniach stacyjnych przy przepływie prądów piorunowych udarowych. Rozróżnić można dwa przypadki:

a. uderzenie pioruna w piorunochron stacyjny, z możliwością przeskoku odwrotnego, podobnie jak w linii napowietrznej z przewodem odgromowym;

b. uderzenie pioruna w przewód roboczy po stronie liniowej dławika zastępującego osłonięte podejście [3, 5], z możliwością zepsucia koordynacji stacyjnej spadkami indukcyjnymi w systemie uziemieniowym, podobnie do spadków indukcyjnych w przewodach fazowych.

W przypadku a. można wyzyskać pełną wytrzymałość udarową izolacji stacyjnej przeciw przeskocom odwrotnym. W przypadku b. spadki indukcyjne powinny zmieścić się w marginesie koordynacji jako jego składnik, a margines stanowi tylko część wytrzymałości izolacji. Jest to więc przypadek ostrzejszy.

Niektóre przepisy wymagają oddzielnych uziemień dla piorunochronów stacyjnych. Unika się w ten sposób wielkich spadków indukcyjnych w uziemieniach osłonowych (ochronnych). Potrzeba oddzielnego uziemienia mogłaby być jeszcze większa dla strony liniowej dławika. Realizacja jednak oddzielnego uziemienia jest kłopotliwa i kosztowna. Głównym celem niniejszej analizy procesów udarowych w rozległych uziemieniach jest rewizja konieczności oddzielnych uziemień.

Rozpatruje się przykładowo sieć uziemieniową z okami kwadratowymi według rys. 1. Prąd piorunowy jest doprowadzany w punkcie 0. Dalsze punkty węzłowe sieci mają kolejne numery 1, 2, 3, itd. Punkty w podobnych położeniach mają te same numery (4, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18). Rozważania obejmują trzy przypadki:

- a. punkt 0 w narożniku sieci, czynna tylko jedna ćwiartka sieci na rys. 1,
- b. punkt 0 na krawędzi sieci, daleko od narożników, czynne dwie ćwiartki,
- c. punkt 0 wewnątrz sieci, daleko od krawędzi, czynne cztery ćwiartki.

Od tego układu przechodzi się do schematu (A) na rys. 2 przedstawiając punkty węzłowe sieci jako oporności skupione (oporności uziomów pionowych i/lub odcinków uziomów poziomych). Dolne numery odpowiadają numerom na rys. 1. Liczby umieszczone nieco wyżej określają wartości opornościowe przy założeniu wartości 1 dla pojedynczego węzła (wartość 0,5 dla dwóch węzłów współpracujących jak gdyby równolegle). Przy indukcyjnościach połączeń między węzłami są umieszczone ich wartości — przy założeniu jedności dla pojedynczego odcinka (0,5 dla dwóch odcinków współpracujących równolegle).

Wartości na schemacie (A) odpowiadają jednej ćwiartce sieci. W przypadku dwóch ćwiartek należy zmniejszyć wszystkie wartości w stosunku 2, a w przypadku czterech ćwiartek — w stosunku 4. Przy oporności 0 są wypisane dla tych trzech przypadków wartości 1, 2 oraz 4, z których druga i trzecia dają po podzieleniu przez 2 lub przez 4 jedność, zgodnie z założeniem, że punkt 0 ma we wszystkich przypadkach oporność jednostkową.

Na schemacie (A) dodaje się — w sposób niezupełnie ścisły — połączenia ekwipotencjalne przedstawione liniami przerywanymi. Jeżeli takie połączenia wypadają w pośrednich punktach indukcyjności, to wartości są dzielone — bez dokładnego uzasadnienia — na dwie lub trzy równe części. Komasując indukcyjności współpracujące równolegle i oporności połączone klamrami na schemacie (A) dochodzi się do schematu uproszczonego (B) na rys. 2.

Następny schemat (C) na rys. 2 jest wynikiem dalszej komasacji grup oporności. U dołu są wypisane numery członów połączonych w grupę — jak gdyby równolegle. Nieco wyżej są podane wypadkowe oporności grup. Indukcyjności figurujące w górnej części schematu (C) są określone na podstawie schematu (B) od środkowego punktu jednej grupy do środkowego punktu następnej grupy. Granice między grupami są przedstawione na rys. 1 liniami kołowymi, które przebiegają w jednakowych odstępach. Z takiej komasacji wynikają w schemacie (C) oporności oraz indukcyjności malejące przy wzroście odległości od punktu 0.

Następne schematy (D), (E), (F) na rys. 2 są wynikami dalszej komasacji członów opornościowych w większe grupy przy pozostawieniu pojedynczego członu 0. Wreszcie schematy (G), (H) przedstawiają włączenie członu 0 do grupy dwu- lub czteroczłonowej. Indukcyjność na lewo od punktu A jest określona do punktu środkowego grupy A.

Rozważania matematyczne nad zjawiskami udarowymi są przeprowadzone przy założeniu wykładniczego czoła prądu piorunowego

$$i = i_{\max} [1 - \exp(-t/T_f)] \quad (2)$$

i przy pominięciu opadania grzbietu. Poza tym dla wszystkich rozpatrywanych układów wprowadza się stałą czasową

$$T = \frac{L_{AB}}{R_A + R_h} \quad (3)$$

Dla najprostszego układu dwuopornościowego według rys. 3 wyprowadza się wyrażenie na spadek indukcyjny w postaci

$$u_{AB \max} = R_A i_{\max} \varphi, \quad (5)$$

gdzie φ jest to współczynnik zależny od stosunku T/T_f , wyrażony według wzoru (6) i przedstawiony wykreślnie na rys. 4. Korzyści małego stosunku T/T_f , tj. małej wartości T , są widoczne.

Dla układu trójopornościowego według rys. 5 wyprowadza się podobne wyrażenia na spadek indukcyjny bliższy u_{AB} oraz dalszy u_{BC} , jak również na spadek sumaryczny u_{AC} — przy założeniach i oznaczeniach

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_B}{R_C} = k, \quad (12)$$

$$\frac{L_{AB}}{L_{BC}} = m. \quad (13)$$

Mianowicie otrzymuje się

$$u_{AB \max} = R_A i_{\max} \varphi_{AB}, \quad (20)$$

$$u_{BC \max} = R_A i_{\max} \varphi_{BC}, \quad (21)$$

$$u_{AC \max} = R_A i_{\max} \varphi_{AC}, \quad (22)$$

gdzie φ_{AB} , φ_{BC} , φ_{AC} są to współczynniki zależne od stosunku T/T_f i od parametrów k , m . Wartości φ są przedstawione na rys. 7 przy $k=1$, $m=1$, przy $k=3$, $m=3$, oraz przy $k=5$, $m=2$.

Krzywa 0 na rys. 7 odpowiada układowi dwuopornościowemu. Rzeczą interesującą jest zbliżenie wszystkich charakterystyk φ_{AB} do tej krzywej 0. Odrzucenie więc dalszej oporności R_C nie ma wielkiego wpływu na wynik obliczeniowy najbliższego spadku indukcyjnego u_{AB} . Wartości zaś k , m nie mają wielkiego znaczenia dla u_{AB} , mają natomiast wielki, dobrze zrozumiały wpływ na dalszy spadek indukcyjny u_{BC} (współczynnik φ_{BC} na rys. 7).

Te same sformułowania i wartości liczbowe można przyjmować dla układu trójopornościowego według rys. 8, mianowicie w zastosowaniu do spadków u_{AB} , u_{BC} . Najbliższy spadek indukcyjny u_0 można wyrazić w sposób bardzo prosty:

$$u_{0 \max} = L_0 \left(\frac{di}{dt} \right)_{\max}. \quad (24)$$

Układ ten odpowiada schematom (G), (H) na rys. 2.

W tablicy 1 są zestawione wyniki obliczeń przykładowych przy prądzie piorunowym $i_{\max} = 150 \text{ kA}$, $(di/dt)_{\max} = 50 \text{ kA}/\mu\text{s}$. Jeżeli przyszłe rejestracje piorunowe dadzą wartości powyżej $50 \text{ kA}/\mu\text{s}$, jak to przypuszcza się obecnie, to wypadnie obostrzyć obliczenia.

Górna część tablicy 1 jest poświęcona przypadkowi doprowadzenia prądu piorunowego wewnątrz sieci uziemieniowej, środkowa część — na krawędzi sieci, dolna — w narożniku. W każdym z tych trzech przypadków obliczenia są wykonane dla trzech schematów zastępczych z rys. 2, mianowicie dla tych, które lepiej odpowiadają warunkom liczbowym (współczynniki k , m). Schematy trójopornościowe (D), (E), (F) są zgodne z rys. 5, schematy trójopornościowe (G), (H) — z rys. 8.

Dla indukcyjności odcinka przewodu w sieci jest przyjęta wartość $5 \mu\text{H}$, co odpowiada na przykład długości 5 m oraz indukcyjności jednostkowej $1 \mu\text{H}/\text{m}$. Uzasadnienie stosunkowo małej indukcyjności jednostkowej dla przewodu w ziemi jest znane [1]: mała szybkość rozchodzenia się pola elektromagnetycznego i różne niekiedy przeciwne kierunki prądów w sąsiednich odcinkach. Dla oporności jednostkowej na rys. 2 są przyjęte w każdym przypadku cztery wartości: 6, 20, 60, 200 Ω , które odpowiadają opornościom właściwym gruntu na przykład 30, 100, 300, 1000 Ωm .

Wyniki $u_{AB\max}$ oraz $u_{BC\max}$ zależą tylko w niewielkim stopniu od oporności jednostkowej R_1 . Można to uzasadnić indukcyjnym charakterem spadków u_{AB} , u_{BC} . Na potwierdzenie są przedstawione w przedostatniej kolumnie tablicy 1 wartości $L_{AB}(di/dt)_{\max}$, wprawdzie wyraźnie większe od $u_{AB\max}$, ale dość zbliżone. W ostatniej zaś kolumnie są podane impedancje $L_{AB}T_f$, przeważnie mniejsze od oporności R_1 .

Spadki indukcyjne obliczone dla jednego przypadku na podstawie różnych schematów zastępczych różnią się wyraźnie. Można to wyjaśnić częściowo tym, że różne schematy zastępcze obejmują członami R_1 , R_B , R_C różne pola sieci uziemieniowej.

Tablica 1 wskazuje na duże znaczenie miejsca doprowadzenia prądu piorunowego do sieci uziemieniowej. Najmniej korzystny jest narożnik sieci, gdyż daje około 2 razy wyższe spadki indukcyjne niż punkt pośredni na krawędzi sieci, a około 4 razy wyższe niż punkt wewnątrz sieci.

Wyniki liczbowe w tablicy 1 pozwalają stwierdzić w sprawie piorunochronów stacyjnych, że dołączenie do wspólnego uziemienia stacyjnego (osłonowego, ochronnego) często nie wprowadza niebezpieczeństwa przeskoków odwrotnych nawet na izolacji średnionapięciowej. Jeżeli niebezpieczeństwo takie istnieje, to przejście do systemu oddzielnych uziemień na ogół nie jest konieczne. Rozporządza się bowiem różnymi możliwościami poprawy wspólnego uziemienia.

a. Dość skutecznym środkiem jest zmniejszenie oporności R_1 przez skupienie uziomów lub przez zastosowanie lepszych uziomów pionowych koło miejsca doprowadzenia prądu piorunowego. Również zmniejszenie indukcyjności L_{AB} jest pożyteczne, gdyż daje mniejszą wartość T , mniejszy współczynnik φ_{AB} i niższy spadek u_{AB} . Na rys. 9 jest przedstawiony przykład dodania 8 połączeń promieniowych w celu zmniejszenia L_{AB} .

b. Dobrze jest unikać doprowadzeń prądu piorunowego na krawędzi, a zwłaszcza w narożniku sieci uziemieniowej. Odległość 5...10 m od krawędzi można uważać za dość korzystną. Nie jest to jednak warunek zawsze obowiązujący.

c. Bardzo skuteczne rozwiązanie polega na eliminacji największego spadku napięciowego u_{AB} z mechanizmu przeskoku odwrotnego. W tym celu odsuwa się zagrożone urządzenia elektryczne, zwłaszcza na niższe napięcia znamionowe, od miejsca doprowadzenia prądu piorunowego, na przykład na odległość 5 m. Wtedy izolacja jest wystawiona tylko na stosunkowo niskie spadki indukcyjne dalsze, głównie u_{BC} . Rozwiązanie to, trochę podobne do systemu oddzielnych uziemień, można nazywać systemem niby-oddzielnych uziemień. Jest to rozwiązanie mniej kosztowne, prostsze, pozwalające uniknąć łatwo niebezpiecznych napięć krokowych, korzystne dla warunków zwarciovych (wyzyskanie wszystkich uziomów). Systemu tego nie należy kojarzyć bezmyślnie ze środkami a oraz b, które mają na celu zmniejszenie spadków u_{AB} .

Korzystną okolicznością jest podział prądu piorunowego między kilka dróg wiodących do sieci uziemieniowej, jeżeli instalacja piorunochronowa ma przewody odgromowe, a nie pręty (słupy) odgromowe. Natomiast bardzo niebezpieczne są spadki indukcyjne w przewodach nadziemnych, na przykład w słupach piorunochronowych. Należy unikać mocowania izolatorów i aparatów średnionapięciowych na takich słupach.

Wreszcie wypada przypomnieć, że kable usuwają niebezpieczeństwo związane ze spadkami indukcyjnymi (nawet bardzo wysokimi) wytwarzanymi wzdłuż powłok przewodzących prądy piorunowe [4]. Wykonanie obwodów średnionapięciowych za pomocą kabli zapewnia całkowite bezpieczeństwo bez środków specjalnych a, b, c.

Środki te są przeznaczone dla stacji, w których obwody specjalnapięciowe są wykonane za pomocą szyn w powietrzu (na przykład most słupowy o rozdzielni wewnętrznej 15 kV od transformatora napowietrznego 100 kV 15 kV). Dla obwodów wysokonapięciowych obowiązują kable lub inne przewody w bardzo dobrych przewodzących osłonach.

Bardziej złożone zagadnienia uziemień po dwóch stronach przewodu, rozpręskowych są omawiane w innym artykule na podstawie symulowań matematycznych i wyników obliczeniowych zamieszczonych wyżej.

ИМПУЛЬСНЫЕ ТОКИ В КОНТУРНЫХ ПОДСТАНЦИОННЫХ ЗАЗЕМЛИТЕЛЯХ

В статье рассматриваются падения напряжения в пространственных контурных заземлителях подстанции при протекании в них токи молнии. Поданы схемы замещения таких заземлителей, состоящие из сопротивлений и индуктивностей. Далее анализируются импульсные явления в довольно простой схеме с двумя или тремя сопротивлениями и поданы для разных случаев решения в виде графиков. Приведенные цифровые примеры указывают на относительно небольшую опасность обратного перекрытия высоковольтной изоляции. Затем рассмотрены меры защиты, устраняющие перекрытия изоляции. Одной из них является понижение величины сопротивления растекания и или уменьшение индуктивностей вблизи ввода тока в землю добавочными заземлителями и или выполнение добавочных соединений в этом районе. Полезной мерой является иногда избегание установки стержневых молниеводов или опор тросов на крае заземляющего контура. Весьма эффективным средством является установка устройств среднего напряжения в некотором расстоянии от молниеводов (как бы раздельное заземление). Распределение тока молнии в земле на несколько путей дает очевидно более полезные результаты. Поданы также предостережения перед особенно опасными падениями напряжения вдоль молниеводов. Кабели в проводящих оболочках защищают изоляцию от перекрытия без добавочных мер защиты.

K. JANKOWSKI

Linearyzacja charakterystyki statycznej układu za pomocą funkcji odwrotnej

Rękopis dostarczono 10. 7. 1953

Dowolny układ służący do przenoszenia jakiegoś sygnału scharakteryzować można jego funkcją przenoszenia, której postać zależy od parametrów układu. Rozpatrzono problem takiego doboru wartości parametrów układu, aby funkcja przenoszenia spełniała pewne z góry określone warunki. W stanie statycznym układu jego funkcja przenoszenia może być interpretowana jako funkcja o wartościach liczbowych. Rozpatrzono prostą metodę modyfikacji tej funkcji. Pożądaną kształt funkcji przenoszenia otrzymać można uzależniając zasadnicze parametry układu od pewnych parametrów pomocniczych. Rozwiązanie zagadnienia polega na określeniu zależności pomiędzy parametrami zasadniczymi i pomocniczymi przy zadanym z góry kształcie funkcji przenoszenia. Można tego dokonać przez rozwiązanie równań funkcyjnych. Przez zastosowanie funkcji odwrotnej do funkcji przenoszenia rozpatrywanego układu na zależność wiążącą parametr pomocniczy z zasadniczymi parametrami układu można na przykład otrzymać linearyzację charakterystyki statycznej układu.

Opisana w pracy metoda dotyczy tylko układów w stanie statycznym i może mieć pewne zastosowanie praktyczne.

1. WSTĘP

Załóżmy, że mamy do czynienia z pewnym układem przenoszącym dowolny sygnał, który określony jest przez trzy rodzaje wielkości: ω , a , $a_1, a_2 \dots a_{n+1}$ oraz wiążące je zależności matematyczne. Niech w dalszym ciągu ω oznacza sygnał przyłożony na wejście układu, a — sygnał pojawiający się na wyjściu układu, oraz a_i — parametry samego układu. W zależności od tego, czy układ posiada jedno, czy więcej wejść oraz jedno, czy więcej wyjść, wartości funkcji określających odpowiednie przebiegi w układzie mogą być liczbami lub całymi układami liczb. Zależność wiążąca sygnały wejściowe z sygnałami wyjściowymi można traktować jako przekształcenie sygnałów wejściowych ω w przestrzeni sygnałów wyjściowych a . Przekształcenie takie określone będzie przez podanie postaci w funkcji F , która sygnałom ω przyporządkowuje sygnały a . Można to zapisać jako

$$a = F[\omega]. \quad (1)$$

Sygnały ω i a mogą mieć różne, z góry narzucone przebiegi. Załóżmy, że przebieg sygnałów ω narzucony jest przez jakieś układy zewnętrzne, przebieg sygnałów a — przez warunki, jakie chcemy, aby te sygnały spełniały. W takim przypadku musimy odpowiednio dobrać postać funkcji F . Ponieważ zaś postać funkcji F zależy od parametrów układu $(a_1, a_2 \dots a_{n-1})$, więc rozwiązanie zagadnienia otrzymać można przez odpowiedni ich dobór.

W dalszym ciągu rozpatrywany będzie układ „jednowymiarowy”, a więc posiadający jedno wejście i jedno wyjście. W układzie tym przebiegi sygnałów ω i a mają określone, zależne od własności układu, wartości liczbowe. Własności układu zaś zależą od wartości parametrów $a_1, a_2 \dots a_{n+1}$. Jeden z tych parametrów oznaczony dalej przez X , zostaje wydrebniony jako ten, którego ukształtowanie ma zapewnić spełnienie przez układ warunków stawianych wielkości a . Niech tym parametrem będzie a_{n+1} . Ostatecznie więc operacja, w wyniku której z sygnału wejściowego otrzymuje się sygnał wyjściowy, może być zapisana w postaci

$$a = F[A, x] \omega, \quad (2)$$

gdzie A oznacza zbiór wartości parametrów układu $(a_1, a_2 \dots a_n)$.

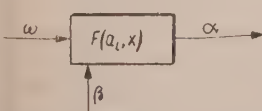
W stanie statycznym układu wartości sygnału wyjściowego, odpowiadające określonym wartościom sygnału wejściowego, uzyskać można mnożąc te ostatnie przez czynnik liczbowy odpowiadający wartości charakterystyki układu w punkcie jego pracy, a więc zależny od parametrów $a_1, a_2 \dots a_n, X$. Przy takiej interpretacji ω i a w zależności (2) traktować można jako liczby, a funkcję $F(A, X)$ jako zbiór wielkości liczbowych określony dla zbiorów A oraz X , operację zaś zdefiniowaną prawą stroną zależności (2) — jako mnożenie odpowiednich wartości liczbowych, sygnału wejściowego oraz charakterystyki układu.

Ostatecznie więc ograniczono się do rozpatrzenia zagadnienia, w którym funkcja $F(A, X)$ jest funkcją jednej zmiennej i ma określone wartości liczbowe w zbiorze parametrów A, X . Kształt tej funkcji nie jest zupełnie obojętny, gdyż od niego w znacznym stopniu zależy możliwość dokładnego nastawienia pożądanej wartości a . Im większe na przykład zmiany wielkości X powodować będą określone zmiany a , tym większa istnieje możliwość dokładnego nastawienia pożądanej wartości. Z drugiej strony wartości X zmieniają się w granicach $\langle X_{\min} X_{\max} \rangle$ i temu zakresowi zmian odpowiadać musi cały występujący w zagadnieniu zakres zmian a . Narzuca to już z góry pewną określoną skalę w przeliczeniu wartości X na a .

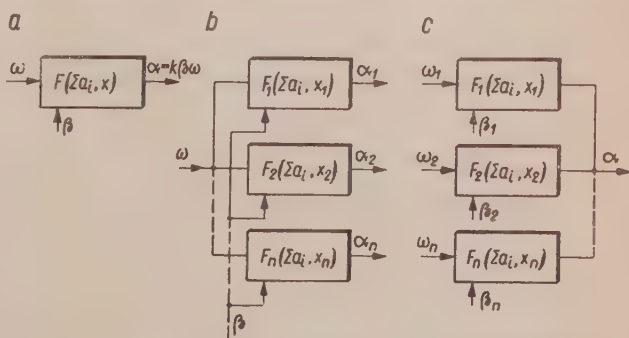
Tak określone zagadnienie sprowadza się właściwie do rozpatrzenia jednokanałowego układu przesyłowego. W najprostszym przypadku, gdy układ taki nie współpracuje z innymi podobnymi układami, pożądane

rozwiązanie uzyskać można zwykle przez odpowiedni dobór parametrów a_i , taki, aby przy pewnych występujących w układzie zmianach X otrzymać, dysponując określonym przebiegiem ω , spełnienie warunków stawianych wielkości α . Schemat zastępczy takiego układu przedstawiono na rys. 1.

W całym szeregu zagadnień jednak, a szczególnie wtedy, gdy układ rozpatrywany współpracuje z innymi podobnymi układami, warunki stawiane przebiegowi α są bardziej skomplikowane i wpływające na zmianę kształtu funkcji F jedynie przez zmianę parametrów a_i nie daje zadowalającego rozwiązania. W tym przypadku zmienny parametr X układu uzależnić należy od pewnej nowej wielkości β , którą nazwać można wielkością regulującą. W konkretnym, bardzo prostym przypadku X może reprezentować wartość zmiennej oporności w układzie, a β kąt obrotu lub położenie dźwigni jakiegoś opornika regulowanego, za pomocą którego wartość tej oporności realizujemy. Można rozróżnić kilka przypadków, kiedy konieczne jest wprowadzenie dodatkowego parametru.



Rys. 1. Schemat blokowy układu przesyłowego z dodatkową wielkością regulującą β .



Rys. 2. Schematy blokowe różnych układów przesyłowych
a. układ spełniający warunek a,
b. układ spełniający warunek b,
c. układ spełniający warunek c.

a. gdy chcemy otrzymać liniową zależność pomiędzy wielkością na wyjściu α i wielkością regulującą β typu $\alpha = k\beta$, przy czym zmiana parametrów a_i nie wystarcza na otrzymanie zależności tego typu:

b. gdy chcemy, aby jedna wielkość regulująca β powodowała na wyjściu kilku układów taki sam przebieg sygnałów sterujących α , przy czym układy te opisane są przez różne funkcje $F_i[A, X]$, oraz z ubocznych względów wynika, że sygnały sterujące muszą być niezależne i nie można ich otrzymać za pomocą rozgałęzienia, do którego dochodzi jeden sygnał:

c. gdy chcemy, aby kilka niezależnych wielkości regulujących β w układach o różnych funkcjach $F_i[A, X]$ powodowało identyczne zmiany α na ich wyjściu.

Schematy blokowe odpowiadające powyższym przypadkom pokazano na rys. 2a, 2b, 2c.

1. PODSTAWY MATEMATYCZNE

Zachowanie na każdego z powyższych układów, określające jakie zmiany a powoduje sygnał regulujący β , opisac można dwiema zależnościami: omówioną już funkcją $F[A, X]$ oraz funkcją $\Phi[B, \beta]$, ta ostatnia określa, w jaki sposób zmienia się regulowany parametr układu X w zależności od wielkości β , którą zmieniamy w sposób bezpośredni.

Mamy więc oszacowanie dwa równania:

$$a = F[A, X] \omega, \quad (3)$$

$$X = \Phi[B, \beta] \quad (4)$$

opisujące zachowanie się rozpatrywanego układu. Podstawiając ze (4) jego wartość, otrzymać można jedną zależność wiążącą a , ω i β .

$$a = F[A, \Phi(B, \beta)] \omega. \quad (5)$$

Zagadnienie sprecyzowane w punktach a, b, c narzuca funkcji F określone warunki, które musi ona spełnić. I tak w poszczególnych przypadkach warunki te mają postać:

$$\text{w przypadku a} \quad F[A, \Phi(B, \beta)] = k\beta, \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \text{w przypadku b} \quad F_1[A, \Phi_1(B, \beta)] &= F_2[A, \Phi_2(B, \beta)] = \dots = \\ &= F_n[A, \Phi_n(B, \beta)], \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \text{w przypadku c} \quad F_1[A, \Phi_1(B, \beta_1)] \omega_1 &= F_2[A, \Phi_2(B, \beta_2)] \omega_2 = \dots = \\ &= F_n[A, \Phi_n(B, \beta_n)] \omega_n. \end{aligned} \quad (6c)$$

W najogólniejszym przypadku funkcja F może być funkcją dowolnego kształtu: wielomianem dowolnego stopnia, funkcją wykładniczą, trygonometryczną itp. Pierwszym rozwiązaniem, jakie się tu narzuca, jest takie dobranie parametrów a_i oraz b_i , aby były spełnione podane powyżej warunki. W przypadku a jest to w ogóle niemożliwe do zrealizowania, gdyż żadnej funkcji nie da się zastąpić wielkością stałą przez zmianę jedynie jej parametrów a_i (wykluczając naturalnie warunek ich zerowania się). Przypadek b i c tylko wtedy może być spełniony, gdy funkcje F są dokładnie tego samego typu (np. wielomiany równego stopnia, w których zmienna niezależna występuje w tych samych potęgach). Praktycznie jednak nie zawsze jest to i w tym przypadku możliwe do osiągnięcia ze względu na ograniczony zakres zmian współczynników a_i oraz b_i . Gdy jednak mamy już do czynienia z funkcjami, które różnią się i to nawet dość nieznacznie (np. wielomiany tego samego rzędu ale o zmienionych niezależnych występujących w różnych potęgach), to już wtedy dokładne spełnienie podanych warunków staje się niemożliwe. Można je co najwyżej spełnić w sposób przybliżony.

Jeżeli jednak funkcje F są funkcjami różnowartościowymi, co zachodzi w większości przypadków, to wtedy istnieje bardzo proste rozwiązanie rozpatrywanego zagadnienia. Wystarczy mianowicie w tym przypadku funkcję $\Phi_j[B, \beta]$ tak dobrać, aby była funkcją odwrotną dla funkcji $F_j[A, X]$. Jak wiadomo, będziemy wówczas mieli

$$F_j[A, \Phi_j(B, \beta)] = \beta, \quad (7)$$

co pozwala na bezpośrednie spełnienie poprzednich warunków. Dobierając bowiem odpowiednie skale obu funkcji F_j oraz Φ_j możemy je tak dobrać, aby pożądane wartości przyjmowała ona nie dla wielkości β , ale dla wielkości $k\beta$. Wówczas zależność poprzednia przyjmie postać

$$F_j[A, \Phi_j(B, \beta)] = k\beta, \quad (8)$$

a związku (6) można przepisać w postaci następującej:

$$\text{dla przypadku a} \quad a = k\beta\omega, \quad (9a)$$

$$\text{dla przypadku b} \quad k, \beta = k_2\beta = \dots = k_n\beta = k\beta, \quad (9b)$$

$$\text{dla przypadku c} \quad k_1\beta_1 = k_2\beta_2 = \dots = k_n\beta_n. \quad (9c)$$

W przypadku b należy jeszcze tylko dodatkowo spełnić warunek równości współczynników $k_1 = k_2 = k$.

Ostatecznie więc rozwiązanie zagadnienia wygląda następująco:

należy określić, jak zmienia się funkcja $F(A, X)$ przy zmianie parametru X ;

należy określić funkcję Φ odwrotną do funkcji F .

Jak podano parametr X rozpatrywanego układu zmieniamy zmieniając wielkość β . Należy więc tak wykonać ten parametr, aby zależność X od β dokonywała się według funkcji odwrotnej Φ .

W ten sposób otrzymać można rozwiązanie zagadnienia. Należy jeszcze tylko zwrócić uwagę na warunki brzegowe i odpowiedni dobór zakresów. Jeżeli chcemy mieć możliwość otrzymania zmian wielkości a w granicach $\langle a_1, a_2 \rangle$, to trzeba określić odpowiednie graniczne wartości parametru $\langle X_1, X_2 \rangle$, jakim odpowiadają a_1 oraz a_2 . Z kolei należy tak dobrać wielkość regulującą β , aby granice $\langle \beta_1, \beta_2 \rangle$, w których możemy ją zmieniać, pokryły zakres $\langle X_1, X_2 \rangle$. W tym przypadku osiągniemy pożądany zakres zmian wartości a .

3. REALIZACJA FUNKCJI ODWROTNEJ

Podstawowymi parametrami w równaniach opisujących układy elektryczne są: oporność, indukcyjność, pojemność. Jak wiadomo, realizowane są one zwykle przez oporniki, dławiki i kondensatory, które z kolei zależą od wielu czynników, jak: wymiary geometryczne, własności materiałów

itp. Te parametry stanowią właśnie wielkości a , w powyższych zależnościach, czynniki zaś od których zależą — wielkości b . W rozważaniach poprzednich funkcja $F[A, X]$ opisywała własności rozpatrywanego układu w zależności od jego parametrów, funkcja zaś $\Phi[B, \beta]$ pokazywała, jak zmieniał się pewien wyodrębniony parametr X wraz ze zmianą tych czynników, od których zależy. Wykorzystując właśnie powyższe rozważania oraz fakt, że kiedy z parametrów R, L, C układów elektrycznych zależy od różnych wielkości, można te elementy tak skonstruować, aby funkcja $\Phi(B, \beta)$ była funkcją odwrotną do funkcji $F[A, X]$.

Najczęściej wykorzystuje się do tego celu parametr R , ze względu na łatwość i prostotę wykonania przy dużej dokładności. Zmieniając ten parametr oznaczony poprzednio jako X , wpływa się na kształt wielkości a na wyjściu układu. Parametr R przedstawia zwykle jakiś opornik regulowany, w którym zmiana położenia styku ruchomego powoduje zmianę oporności. Zależność między położeniem elementu mechanicznego a opornością R jest, w najprostszym przypadku, gdy opornik jest nawinięty na jednostajnym korpusie, uzwojeniem o stałym skoku i drutem o jednostajnym przekroju, zależnością prostoliniową. Oznaczając przez

ϱ_l — oporność bieżącą drutu $[\Omega/\text{m}]$,

n — ilość zwojów drutu na jednostkę długości opornika,

a — grubość korpusu $[\text{m}]$,

b — wysokość korpusu $[\text{m}]$,

l — długość, na której nawinięto uzwojenie $[\text{m}]$

(odpowiednie wielkości pokazano na rys. 3) otrzymamy powyższą zależność jako

$$dR = \varrho_l \cdot n \cdot [2b + 2a] dl,$$

a stąd

$$R = \int_0^l \varrho_l \cdot n \cdot [2b + 2a] dl = n \cdot \varrho_l [2b + 2a] l. \quad (10)$$

Jeżeli przez β oznaczymy położenie styku ruchomego na oporniku, to wtedy zmienny parametr układu X (w tym przypadku oporność R) będzie się w zależności od β zmieniał według wzoru

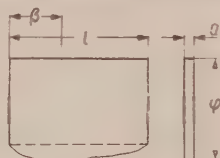
$$R_\beta = \varrho_l n (2a + 2b) \beta \quad (11)$$

i jak widać zależność ta będzie liniowa. Jeżeli z kolei powyższą zależność podstawimy do równania (3), to nie dostaniemy pożądanej zależności $a = k\beta\omega$, z której przez odpowiedni dobór wielkości k uzyskać możemy rozwiązanie zagadnień a, b, c . Aby otrzymać takie rozwiązanie, zależność (11) musi mieć kształt $R_\beta = \Phi(B, \beta)$. We wzorze (11) wielkości ϱ_l i n pozostają wielkościami stałymi, ponieważ ich zmiana powodowałaby zbyt duże trudności wykonawcze. Dlatego odpowiedni przebieg funkcji oporności

w zależności od położenia β styku ruchomego najlepiej uzyskać za pomocą zmian b — wysokości korpusu opornika. Ponieważ wartość R jest wyrażona pewną zależnością całkową, więc wymiar b , na który możemy wpływać, zmieniać się powinien według pochodnej funkcji $\Phi[B, \beta]$, aby oporność



Rys. 3. Korpus opornika o liniowej zależności $R=f(\beta)$.



Rys. 4. Korpus opornika o funkcyjnej zależności $R=f(\beta)$.

mogła się zmieniać według samej funkcji $\Phi(B, \beta)$. Istotnie, jeśli wprowadzimy oznaczenie

$$\varphi(B, \beta) = \frac{d\Phi(B, \beta)}{d\beta} \quad (12)$$

zachowując wszystkie pozostałe oznaczenia jak poprzednio, otrzymamy

$$R_s = \int_0^{\beta} g \ln \varphi(B, \beta) d\beta = g \ln \Phi(B, \beta). \quad (13)$$

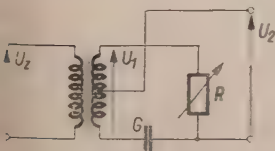
Podstawiając otrzymamy zależność do zależności (3) otrzymamy

$$a = F[A, R_s] \omega = F[A, g \ln \Phi(B, \beta)] \omega = k\beta \omega. \quad (14)$$

Wygląd tak otrzymanego korpusu potencjometru pokazano na rys. 4.

4. ROZWIĄZANIE PRAKTYCZNE

Rozwiązania powyższe zostały praktycznie zastosowane przy opracowaniu układu do przesunięcia fazy dwóch napięć w przypadku, w którym chodziło o otrzymanie liniowej zależności między położeniem styku ruchomego na oporniku a kątem przesunięcia fazy napięć na wejściu i wyjściu układu. Schemat układu przedstawiono na rys. 5. Zależność między wielkością \dot{U}_2 na wyjściu układu, a wielkością \dot{U}_1 na jego wejściu ma postać



$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{2} e^{-j+\varphi} \frac{RX_c}{R^2 + X_c^2}, \quad (15)$$

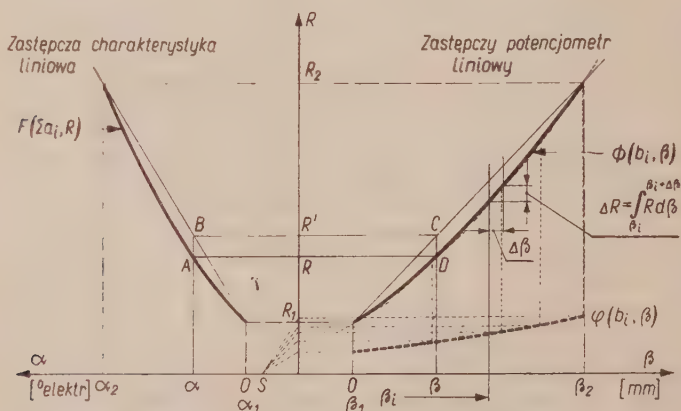
gdzie zmiennym parametrem X jest oporność R . X_c zaś jest jedynym w tym przypadku parametrem typu a_1 .

Jak widać z równania (15), zależność pomiędzy opornością R a kątem przesunięcia fazy obu napięć \dot{U}_1 oraz \dot{U}_2 nie zmienia się w tym przypadku w sposób liniowy, lecz ma postać

$$\alpha = \arctg \frac{RX_c}{-R^2 + X_c^2}. \quad (16)$$

Stosując jedynie parametry X_c o różnej wartości, nie da się powyższej zależności sprowadzić do linii prostej. Można to osiągnąć tylko wtedy, gdy zależność między R a wielkością regulującą β , od której R zależy, będzie funkcją odwrotną dla funkcji (16). Otrzymanie analityczne tej zależności jest dość kłopotliwe, a ponieważ zagadnienie sprowadza się ostatecznie do otrzymania wykresu odpowiedniej funkcji, według której należy ukształtować korpus opornika, dlatego zagadnienie rozwiązano wykreślnie.

Najpierw otrzymano wykres funkcji, według której powinien się zmieniać kształt korpusu opornika, a następnie naniesiono tę funkcję na rzeczywisty korpus.



Rys. 6. Wykreślna metoda otrzymania funkcji odwrotnej Φ i jej pochodnej φ , gdy dany jest wykres funkcji F .

Metodę wykreślną wykonać należy w sposób następujący (rys. 6)

a. Na płaszczyźnie (R, α) , a więc na płaszczyźnie, w której mamy określoną funkcję $F[A, R]$, budujemy wykres $\alpha = F[A, R]$ w interesującym nas przedziale $\langle \alpha_1, \alpha_2 \rangle$. Znając przebieg funkcji $F[A, R]$ dla tego przedziału, zmieniając parametry α_i dostać możemy odpowiedni przedział $\langle R_1, R_2 \rangle$, zmienności R , jaki najbardziej odpowiada rozpatrywanemu zagadnieniu ze względów dokładności, wykonawczych itp.

b. Wykreślony przebieg funkcyjny zastępujemy zależnością liniową. Linie prostą poprowadzić można w różny sposób, najwygodniejsze jednak

ze względu na wykonanie korpusu opornika, jest takie jej poprowadzenie, aby w punktach a_1 i a_2 pokrywała się ona z rzeczywistym przebiegiem funkcji.

c. Obieramy następnie na płaszczyźnie (R, β) zastępczy opornik liniowy o takim przebiegu, aby te zmiany wielkości regulującej β (w tym przypadku położenie styku ruchomego na oporniku), które są do dyspozycji, pokryły określony pierwotnie zakres $\langle R_1, R_2 \rangle$. Zagadnienie sprowadzono do doboru odpowiedniego nachylenia prostej, takiego aby wartości β_1 odpowiadała wartość R_1 a wartości β_2 wartość R_2 . Po określeniu na płaszczyźnie (R, β) tych dwóch punktów granicznych o współrzędnych (R_1, β_1) oraz (R_2, β_2) przeprowadzono przez nie linię prostą, która będzie reprezentowała zastępczy opornik liniowy.

d. Gdyby pozostać na wykonaniu takiego opornika, to wtedy obowiązywałaby w dalszym ciągu zależność według funkcji $F[A, X]$ w zmiennej jedynie skali. Aby otrzymać liniowy przebieg zależności $a = f(\beta)$, należy na płaszczyźnie (R, β) określić funkcję odwrotną, według której następnie będzie następował odczyt. Funkcję tę znajduje się w sposób następujący.

Dla dowolnego a określamy wartość R z wykresu $F[A, \beta]$ oraz R' z zastępczej zależności liniowej. Dla wartości R' znajdujemy odpowiednią wartość β za pomocą zastępczej charakterystyki liniowej na płaszczyźnie (R, β) . Przecięcie się linii równoległej do osi R , prowadzonej z tego punktu (punkt C na wykresie na rys. 6) z linią równoległą do osi $a - \beta$ poprowadzonej z odpowiadającego mu punktu na krzywej $F[A, R]$ (punkt A na wykresie na rys. 6) wyznaczy odpowiedni punkt funkcji odwrotnej $\Phi[B, \beta]$ na płaszczyźnie (R, β) (punkt D na wykresie na rys. 6).

Istotnie, jak łatwo zorientować się z wykresu na rys. 6, odczytując wartość a dla wartości β poprzez wartość R bądź to z krzywych poprzez punkty A i D , bądź z zastępczych zależności liniowych poprzez punkty B i C , zawsze odczytamy tę samą wielkość.

Jak pokazano w rozdziale 3, oporność jest całką funkcji opisującej kształt korpusu, na którym nawinięto opornik. Aby więc otrzymać zmiany oporności według krzywej $\Phi(B, \beta)$, należy znaleźć jej pochodną, według której ukształtować należy korpus opornika. Uczyniono to w sposób graficzny na rys. 6. Jeżeli punkt S , stanowiący o wysokości rzędnych pochodnej, będzie miał współrzędne $(-1, 0)$, gdzie 1 to jednostka skali β na osi β , to wtedy z krzywej pochodnej odczytuje się na osi R wprost rzeczywiste wartości oporności poszczególnych zwojów, jakie są niezbędne, aby oporność zmieniała się według krzywej $\Phi(B, \beta)$. Aby jednak wyznaganie to było rzeczywiście spełnione, otrzymana krzywa musi być we właściwy sposób naniesiona na rzeczywisty obiekt.

W najogólniejszym przypadku równanie oporności, którą należy zrealizować, może mieć postać

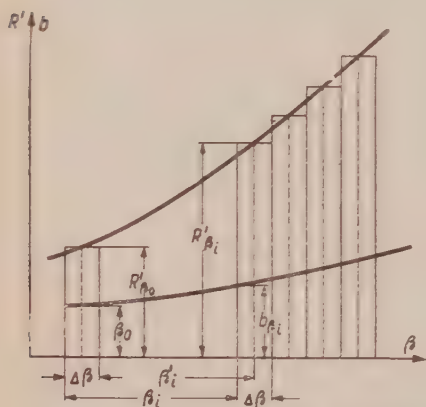
$$R = R_1 + R_2 \quad (17)$$

gdzie:

R_1 to pewna stała wartość początkowa (patrz wykres na rys. 6) dla położenia $\beta = 0$,

R_2 to wartość zmienna zależna od położenia β .

Wartość R_1 można zawsze zrealizować jako pewien opornik dodatkowy połączony w szereg z opornikiem regulowanym. Sam opornik regulowany powinien więc tylko jak najdokładniej oddać przebieg R_2 . Wartość oporności R_2 zależy od danych drutu oporowego oraz od rozmiarów geometrycznych korpusu. Dane te należy tak dobrać, aby spełniona była pożądana zależność $R = \Phi(B, \beta)$. Dokładne spełnienie tej zależności wymaga naturalnie ciągłej zmiany oporności, co jest jednak niemożliwe ze względu na wymiary drutu oporowego. Dlatego oporność może się zmieniać jedynie skokami, co pewien określony odcinek $\Delta\beta$ odpowiadający grubości drutu oporowego, którym na winięto opornik. Podstawowym warunkiem zastąpienia opornik



Rys. 7. Otrzymanie rzędnych korpusu opornika.

z ciągłą zmianą oporności opornikiem ze zmianą skokową jest, aby oporność jednego zwoju odpowiadała oporności odcinka tej samej szerokości na idealnym oporniku z ciągłą zmianą oporności. Aby jednak było spełnione równanie (17), oprócz tego warunku muszą być spełnione warunki początkowe, tzn. oporność pierwszego zwoju dla $\beta_i = \Delta\beta$ musi wynosić

$$R_{\Delta\beta} = \int_0^{\Delta\beta} R' d\beta. \quad (1)$$

Z drugiej strony ta sama oporność na oporniku rzeczywistym wyrazi się jako

$$R_{\Delta\beta} = R'_{\beta_0} \cdot \Delta\beta, \quad (1)$$

gdzie R'_{β_0} będzie zależało od zastosowanego drutu oporowego i wymiarów geometrycznych korpusu

$$R'_{\beta_0} = (2a + 2b_0) \rho_l \quad (2)$$

(oznaczenia poszczególnych wielkości patrz rys. 3 i rys. 7).

Z porównania powyższych zależności otrzymujemy warunek na wysokość korpusu opornika w punkcie początkowym:

$$b_0 = \frac{\int_0^{\Delta\beta} R' d\beta}{2q_1} - a. \quad (21)$$

Postępując analogicznie dostaniemy dla punktu położonego w odległości β_i od początku opornika zależność na wysokość korpusu

$$b_i = \frac{\int_{\beta_i}^{\beta_i + \Delta\beta} R' d\beta}{2q_1} - a. \quad (22)$$

Z zależności powyższej wykreślić można wysokość korpusu opornika w dowolnym punkcie. Dokonać tego można metodą dokładną i metodą przybliżoną.

Metoda dokładna. Należy wyznaczyć na długości całego korpusu opornika odcinki β_i w odległości co $\Delta\beta$. Rozporządzając krzywą całkową $R = \Phi(B, \beta) = R' d\beta$ można dla każdego β_i określić przyrost oporności ΔR wynoszący dla $\Delta\beta \int_{\beta_i}^{\beta_i + \Delta\beta} R' d\beta$ i podstawiając tę wartość do warunku (22) do-

stać wielkość b_i . Będą to wartości rzędnych odpowiednich punktów korpusu, na których nawinięte mają być poszczególne zwoje. W ten sposób wykonany opornik będzie miał w punktach β_i oporności dokładnie takie same, jakie posiadałyby opornik o ciągłej charakterystyce.

Metoda przybliżona. Korzystając z twierdzenia o wartości średniej zależność (22) możemy zastąpić zależnością

$$b_i = \frac{\frac{R[\beta_i + \Delta\beta] - R[\beta_i]}{\beta_i + \Delta\beta - \beta_i} \Delta\beta}{2q_1} - a \approx \frac{R'(\beta'_i) \Delta\beta}{2q_1} - a, \quad (23)$$

gdzie β'_i oznacza punkt w środku przedziału $\langle \beta_i, \beta_i + \Delta\beta \rangle$. Jak widać w tym przypadku, rzędną b_i otrzymać można wprost z wykresu pochodnej funkcji $R = \Phi[B, \beta]$ zmieniając jedynie skalę wykresu w zależności od wybranego drutu oporowego i przesuwając krzywą o wielkość a (rys. 7).

Zastępując wielkość dokładną wielkością przybliżoną popełniamy dla dowolnego zwoju błąd określony zależnością

$$\Delta b_i = \frac{R'(\beta'_i) \Delta\beta - \int_{\beta_i}^{\beta_i + \Delta\beta} R'(\beta) d\beta}{2q_1}. \quad (24)$$

Jeżeli styk ruchomy opornika znajdować się będzie w położeniu β_i , to błąd popełniony w tym przypadku będzie sumą błędów wszystkich zwojów, jakie znajdują się pomiędzy położeniem 0 oraz β_i :

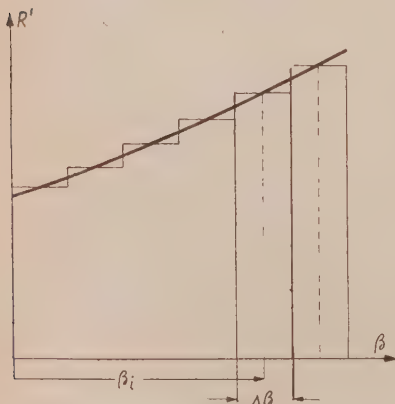
$$\Delta b_{\beta_i} = \sum \Delta b_i = \frac{1}{2\varrho_l} \left[\sum R'_i(\beta'_i) \Delta\beta - \sum_{\beta_i}^{\beta_i + \Delta\beta} \int R'_i(\beta) \cdot d\beta \right] = \frac{1}{2\varrho_l} \left[\sum R'_i(\beta'_i) \Delta\beta - R_i(\beta_i) \right] \quad (25)$$

Jak się łatwo zorientować na podstawie rys. 8, błąd ten przedstawić można graficznie. Wyrażenie $\sum R'_i(\beta) \Delta\beta$ przedstawia sumę pól prostokątów powstałych przez zastąpienie krzywej ciągłej linią łamaną, zbudowaną na wartościach funkcji w punktach β'_i . Wyrażenie $\sum_{\beta_i}^{\beta_i + \Delta\beta} \int R'_i(\beta) d\beta$ przedstawia po prostu pole pod krzywą. Różnica tych dwóch pól stanowić będzie o popełnionym błędzie.

Błąd powyższy powstaje na skutek tego, że zamiast zastąpić wyrażenie $\frac{R(\beta_i) + \Delta\beta - R(\beta_i)}{\beta_i + \Delta\beta - \beta_i}$ pochodną $R'(\beta_\xi)$, gdzie β_ξ jest punktem wewnątrz przedziału, zastępujemy to wyrażenie pochodną $R'(\beta'_i)$ w punkcie znajdującym się w środku przedziału. Najczęściej $R'(\beta_\xi) \neq R'(\beta'_i)$. Gdyby zachodziła ta równość, wtedy błąd wynosiłby zero.

Zależność (25), uwzględniając że $R'_i(\beta'_i) = f(\beta'_i) \varrho_l$ oraz, że $R_i = \int_0^{\beta} \varrho_l \varphi(\beta) d\beta = \varrho_l \Phi(\beta_i)$ przepisać można w postaci

$$\Delta b_{\beta_i} = \frac{1}{2} \left[\sum f(\beta'_i) \Delta\beta - \Phi(\beta_i) \right] \quad (26)$$



Rys. 8. Graficzne przedstawienie błędu.

Jak widać z tej ostatniej zależności, błąd popełniony zależy od kształtu funkcji, według której należy wykonać opornik, a nie zależy od oporności właściwej drutu oporowego. Z zależności (26) wynika, że im krzywa będzie bardziej płaska, tym popełniony błąd będzie mniejszy. Dokładna analiza tej zależności w każdym konkretnym przypadku pozwala na taki dobór wartości parametrów β_i , aby warunki (9) spełnione zostały z możliwie największą dokładnością.

5. ROZSZERZENIE ZAGADNIENIA

W powyższej pracy przedstawiono problem otrzymania odpowiedniego kształtu charakterystyki statycznej układu. Ograniczono się jednak tylko do omówienia tego zagadnienia przy wykorzystaniu parametru R do kształtowania funkcji odwrotnej w celu osiągnięcia zależności liniowej między pewnymi dowolnie obranymi wielkościami w układzie. Zagadnienie to rozszerzyć można w dwóch kierunkach:

kształtowania charakterystyki układu za pomocą innych jego parametrów,

otrzymywania dowolnego kształtu funkcji F .

Wykorzystanie do powyższych celów parametru C sprowadza się do odpowiedniego ukształtowania okładzin kondensatora (np. obrotowego) i nie przedstawia większych trudności w porównaniu z parametrem R , choć w tym przypadku należy już zwrócić uwagę na rozproszenie linii sił pola elektrycznego. Wykorzystanie parametru L wiąże się już ze znacznymi komplikacjami z tego właśnie powodu.

Funkcje F o z góry założonym kształcie otrzymać można wzorując się na opisanej wyżej metodzie. Kształt funkcji F określony jest przez wielkości a, ω, a_1 oraz zmienny parametr X . Jeżeli zmiany X nie wystarczają do właściwego ukształtowania F , to należy wprowadzić dodatkowy parametr β według zależności (4). Nowo wprowadzoną zależność $\Phi(B, \beta)$ tak należy określić, wychodząc z funkcji $F[A, X]$, aby zależność (5) spełniała wymagania sprecyzowane w zagadnieniu.

WYKAZ LITERATURY

1. Dietrich N.: *Die Bemessungsgrundlage der Regelwiderstände*. Elektr. und Masch.-Bau 70, Nr 9, maj 1953, s. 189.
2. Jonnes R. W.: *Models analogues and omologues*. Fachtagung, Heidelberg 1956, s. 46.
3. Ludwig E. H.: *Analogierechenmaschinen als Regelkreiselemente erschliessen n neue Möglichkeiten in der Regelungstechnik*. Fachtagung, Heidelberg 1956, s. 78.
4. Pestorini J. M.: *Some remarks on cybernetics*. Fachtagung, Heidelberg 1956, s. 73.
5. Schulze O.: *Feindrahtwiderstände für Mess- und Regelungszwecke*. Technische Grundlagen und Herstellung, Z. VDI, t. 94, Nr 2, s. 43.
6. Schulze O.: *Feindrahtwiderstände für Mess- und Regelungszwecke*. Berechnung und Anwendungen, Z. VDI, t. 94, Nr 16, s. 173.
7. Zadeh L. A.: *Nonlinear multipoles*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA, Vol 39, 1953, April, s. 274.

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ ПРИ ПОМОЩИ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

Каждая система предназначенная для передачи какого либо сигнала может быть охарактеризована своей передаточной функцией, которая зависит от параметров этой системы. Рассмотрен вопрос таном подбора значений параметров системы, который привел бы к тому чтобы функция отвечала некоторым заранее поставленным требованиям. В статическом состоянии системы ее передаточная функция может рассматриваться как функция имеющая определенные численные значения. Рассмотрен простой метод модификации этой функции. Требуемую форму передаточной функции можно получить подчиняя главные параметры системы зависимости от некоторых вспомогательных параметров. Решение задания заключается в определении зависимости главных параметров от вспомогательных при заранее определенной форме передаточной функции. Этого можно достигнуть решая функциональные уравнения. Применяя обратные функции к передаточной функции рассматриваемой системы при нахождении зависимости главных и вспомогательных параметров системы можно например получить линеаризацию статической характеристики системы.

Метод описанный в статье относится только к системам находящимся в статическом режиме и может найти некоторые практические применения.

LINEARIZATION OF STATIC CHARACTERISTIC OF CIRCUIT BY MEANS OF INVERSE FUNCTION

Arbitrary circuit acting for transfer of a signal may be characterized with the aid of its transfer function having the shape dependent on circuit parameters.

Consideration is given to such a choice of the values of circuit parameters at which the transfer function would satisfy predetermined conditions.

In steady state of the circuit its transfer function may be interpreted as a function with numerical values. A simple method of modification of this function is discussed.

Desired shape of transfer function may be obtained making basic parameters of the circuit dependent on certain auxiliary parameters.

Solution of the problem lies in the determination of dependence between basic and auxiliary parameters at predetermined shape of transfer function. This may be achieved by resolving function equations.

Applying inverse function to the transfer function of the circuit under consideration on dependence binding auxiliary parameter with basic parameters we may obtain, for example, the linearization of the static characteristic of circuit.

The method described in the paper is concerned with the circuit in steady state only and it may find certain application in practice.

621.37:621.394.642:621.3.042

F. ANDRZEJEWSKI

Wielobiegunowe trójstopniowe wzmacniacze maszynowe

Rękopis dostarczono 8. 9. 1958

Podano zasadę pracy wielobiegunowych trójstopniowych wzmacniaczy maszynowych. Omówiono wpływ liczby biegunów na moc wyjściową, na współczynniki wzmocnienia w poszczególnych stopniach, na stałe czasowe i współczynniki dobroci. Przeanalizowano wpływ liczby gałęzi równoległych uzwojenia wzbudzenia trzeciego stopnia i dodatkowego uzwojenia magnesującego w drugim stopniu wzmocnienia oraz stosunku liczby zwojów tych uzwojeń do ilości prętów twornika, na współczynniki wzmocnienia, stałe czasowe i współczynniki dobroci.

1. WSTĘP

W nowoczesnych układach regulacyjnych i napędowych coraz częściej wymaga się od wzmacniaczy maszynowych dużej mocy wyjściowych, szczególnie gdy użyte są one jako prądnice do bezpośredniego zasilania silników.

W normalnie stosowanych wzmacniaczach dwustopniowych zwiększenie mocy wyjściowej może się odbywać przez zwiększenie współczynnika wzmocnienia przy ustalonej mocy sterowania, co pociąga za sobą wzrost stałej czasowej maszyny; zwiększenie mocy wyjściowej można również osiągnąć przy ustalonym współczynniku wzmocnienia przez zwiększenie mocy sterowania, co jednak zmniejsza czułość układu. Zwiększenie mocy jest więc związane bądź ze zwiększeniem czasu trwania przebiegów nieustalonych, bądź też ze zmniejszeniem czułości, a zatem z pogorszeniem własności regulacyjnych. Jednocześnie ze zwiększeniem mocy rosną nadmiernie wymiary geometryczne maszyny ze względu na dwubiegunowe uzwojenie twornika i małe nasycenia.

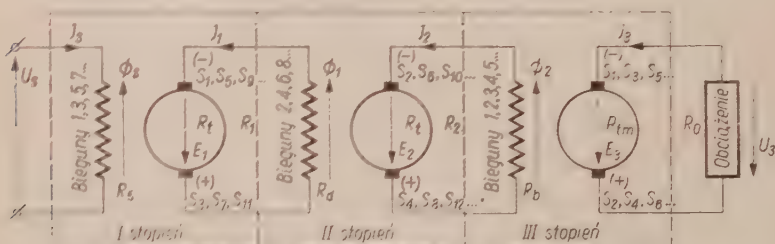
We wzmacniaczach trójstopniowych, o liczbie biegunów $2p=4$, można już uzyskać znaczne moce wyjściowe przy dużej czułości regulowania i małej stałej czasowej [1]; również wymiary geometryczne są tu znacznie mniejsze niż w maszynach dwustopniowych. Wszystkie te korzyści osiąga się przez zwiększenie liczby stopni wzmocnienia i zastosowanie w tworniku uzwojenia pętlicowego prostego o dwukrotnie większej liczbie gałęzi równoległych niż poprzednio.

W pracy niniejszej, która stanowi dalsze rozwinięcie pracy autora pt. "Trójstopniowy wzmacniacz maszynowy amplitudowy" [1], omówiona będzie zasada budowy wzmacniaczy trójstopniowych o liczbie biegunów większej od 4. Przeanalizowany będzie wpływ wymiarów geometrycznych i liczby biegunów na moc wyjściową, współczynnik wzmocnienia, stałe czasowe przekazywania sygnału i współczynniki doboru. Te zasadnicze parametry będą rozpatrywane w stanach ustalonych i przy odpowiednim magnetycznym przebiegu prądu podlegającym następnemu. Pominięty tu będzie wpływ sprzężeń wewnętrznych na stałą czasową i współczynnik wzmocnienia oraz wpływ oddziaływania twornika od prądu magnesującego i obciążenia na te parametry, ponieważ zagadnienia te były omówione we wzmacniaczu trójstopniowym o liczbie biegunów $2p=4$ [1], a do przeprowadzonej obecnie analizy nie są potrzebne.

2. OBWODY MAGNETYCZNE I ELEKTRYCZNE WIELOBIEGUNOWYCH WZMACNIACZY

2.1. Układ biegunów w poszczególnych stopniach

Trójstopniowy wzmacniacz maszynowy można rozpatrywać jako kaskadowe połączenie trzech maszyn prądu stałego zrealizowane w jednej maszynie, tzn. że żelazo stojana i wirnika oraz uzwojenie wirnika są wspólne dla wszystkich maszyn układu. Taki zastępczy układ jest przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Układ zastępczy wielobiegunowego trójstopniowego wzmacniacza:

- U_3, I_1, Φ_1 — napięcie sterowania, prąd i strumień;
- E_1, I_1, Φ_1 — SEM, prąd i strumień trzeciego stopnia wzmocnienia;
- E_2, I_2, Φ_2 — SEM, prąd i strumień trzeciego stopnia wzmocnienia;
- E_3, U_3, I_1 — SEM, napięcie i prąd obwodu wyjściowego.

We wzmacniaczach z polem poprzecznym, układem magnesującym drugiego stopnia wzmocnienia jest przepływ twornika, przesunięty o 90° elektrycznych w stosunku do przepływu sterowania. Obydwa więc układy magnetyczne, należące do pierwszego i drugiego stopnia wzmocnienia, muszą posiadać równe liczby biegunów, wynoszące połowę całkowitej ich liczby; zaś układ magnetyczny trzeciego stopnia wzmocnienia posiada

pełną liczbę biegunów maszyny. Jeżeli więc całkowita liczba biegunów wynosi

$$2p_3 = 4m,$$

to w I i II stopniu mamy

$$2p_1 = 2p_2 = p_3 = 2m,$$

gdzie $m = 1, 2, 3, 4 \dots$

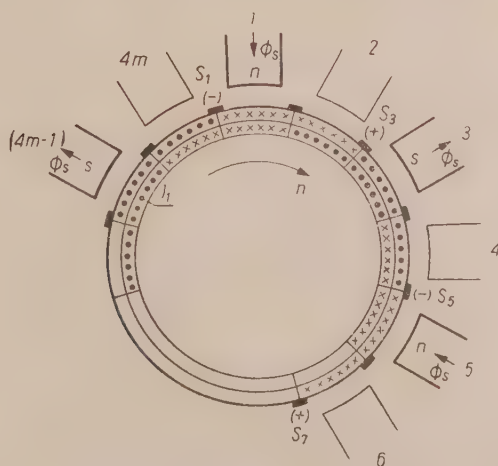
Stosunek liczby biegunów w poszczególnych stopniach wynosi jak $1 : 1 : 2$.

Z warunków powyższych wynika, że całkowita liczba biegunów we wzmacniaczach trójstopniowych może wynosić 4, 8, 12, 16.....

Twornik ma uzwojenie pętlicowe proste (wyjątkowo dwukrotne) o liczbie biegunów odpowiadającej trzeciemu stopniowi wzmocnienia, czyli $2p = 4m$.

2.2. Pierwszy stopień wzmocnienia

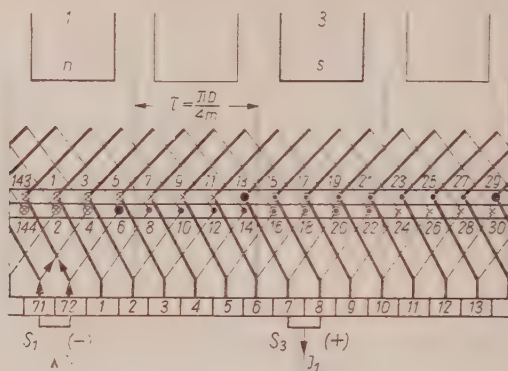
Uzwojenie wzbudzenia w postaci cewek skupionych, jest umieszczone na połowie wszystkich biegunów ($2m$) i zasilane prądem sterowania I_s . Poszczególne bieguny należące do układu sterowania są oddalone od siebie o podwójną podziałkę biegunową 2τ (np. bieguny 1, 3, 5...) rys. 2. Przepływ uzwojenia sterującego wytwarza strumień $2m$ biegunowy Φ_s .



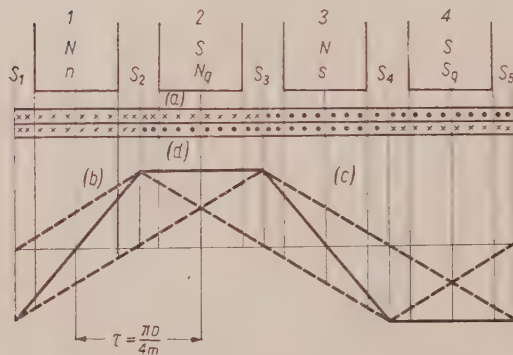
Rys. 2. Układ magnetyczny obwodu sterowania i kierunki prądu I_1 , w obu warstwach $4m$ -biegunowego uzwojenia twornika, indukowanego przez $2m$ -biegunowy strumień sterowania Φ_s (bieguny $n, s, n \dots$).

(bieguny $n, s, n \dots$), który w $4m$ -biegunowym wirującym tworniku indukuje SEM E_1 , osiągającą największą wartość między szczotkami $S_1, S_3, S_5, S_7, \dots$ Po zamknięciu obwodu tych szczotek bezpośrednio lub też

przez dodatkowe uzwojenie, popłynie prąd I_1 . Kierunki przepływu tego prądu w obu warstwach uzwojenia twornika pokazane są na rys. 2 i 3. SEM E_1 jest więc w tym obwodzie zrównoważona przez wszystkie spadki



Rys. 3. Kierunki prądu I_1 indukowanego w $4m$ -biegunowym uzwojeniu pętlicowym prostym przez $2m$ -biegunowy strumień sterowania Φ , (bieguny n, s, n), (na rys. $4m=8, 2m=4$).



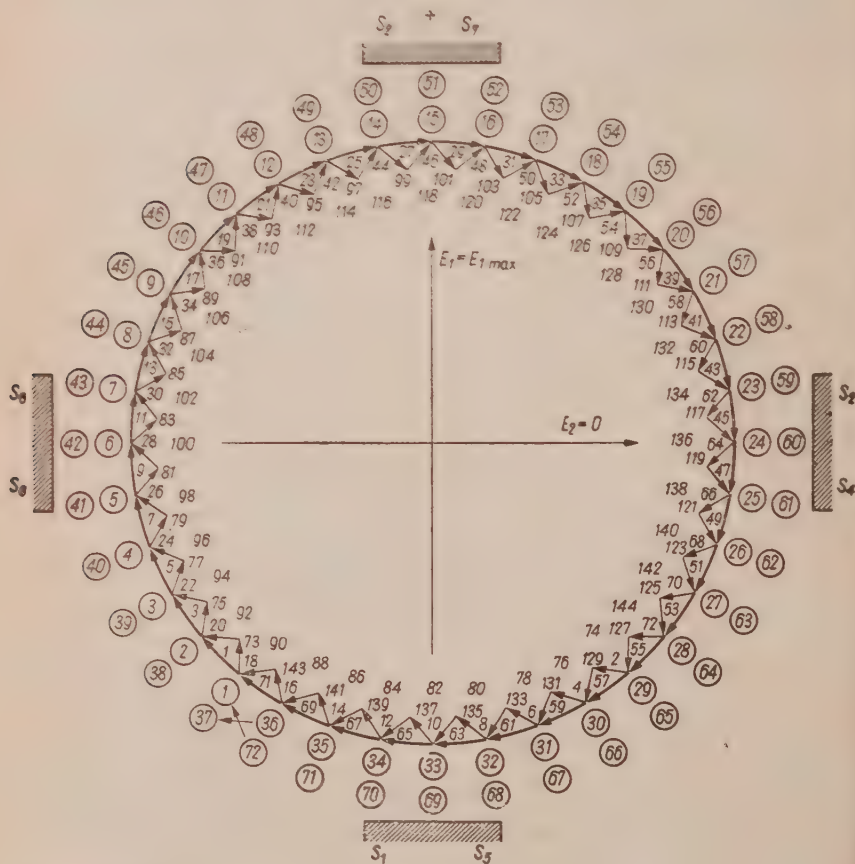
Rys. 4. Krzywe przepływu prądu I_1 i uzwojenia twornika:

- a — kierunki prądu I_1 w obu warstwach uzwojenia;
- b — krzywa przepływu dolnej warstwy uzwojenia;
- c — krzywa przepływu górnej warstwy uzwojenia;
- d — krzywa wypadkowego przepływu twornika θ_1 .

napięć wywołane prądem I_1 na opornościach obwodu. Uzwojenie $4m$ -biegunowe twornika wirującego w $2m$ -biegunowym strumieniu sterowania, zachowuje się jak uzwojenie o skróconym o 90° elektrycznych poskoku i skutkiem tego SEM występująca między szczotkami $S_1 S_3, S_5 S_7, S_9 S_{11}, \dots$ może być wyrażona wzorem:

$$E_2 = \frac{n}{60} \left(\frac{1}{2} N \right) \Phi_1 10^{-8} = \frac{n}{60} \left(\frac{1}{2} N \right) B_{11} a_1 r 10^{-8}. \quad (3)$$

Z wieloboku napięć podanego na rys. 6 widac, że strumień Φ_2 nie indukuje SEM między szczotkami $S_2, S_4, S_6, S_8, \dots$ ani też strumień Φ_1 — SEM między szczotkami $S_1, S_3, S_5, S_7, \dots$, dlatego że odpowiednie szczotki są

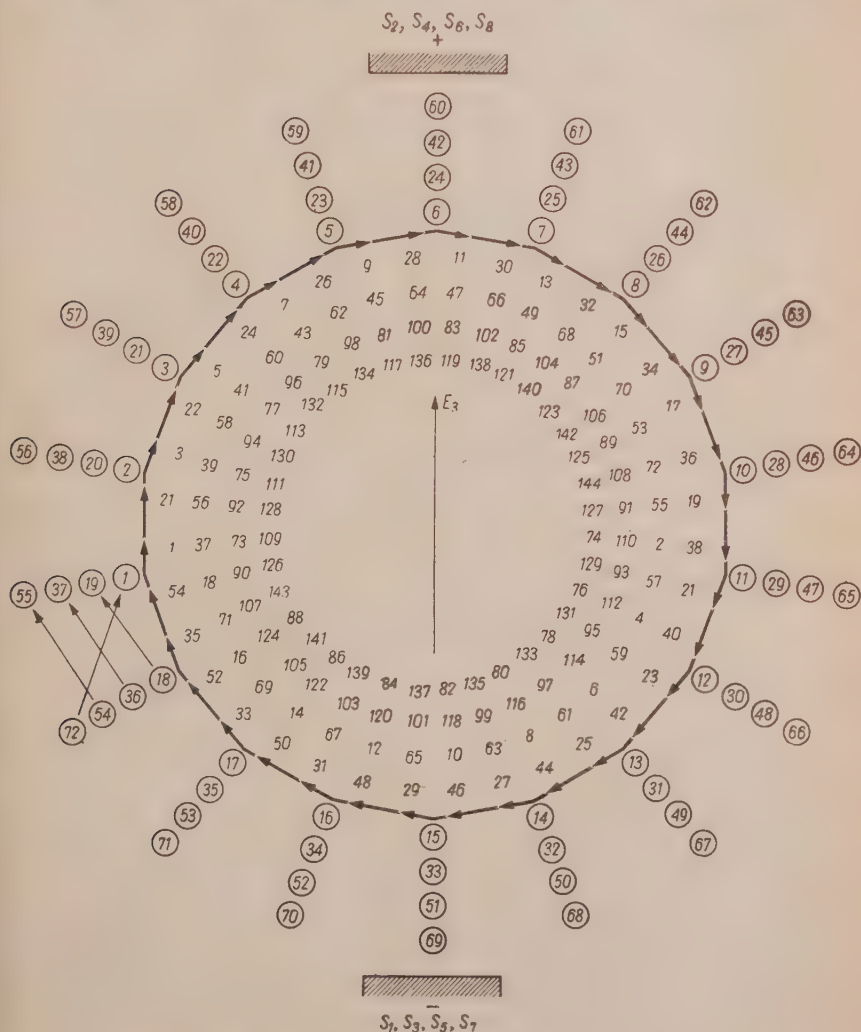


Rys. 6. Wielobok napięć indukowanych w $4m$ -biegunowym uzwojeniu twornika przez $2m$ -biegunowy strumień sterowania Φ_2 (na rys. $4m=8, 2m=4$).

przesunięte względem siebie o 90° elektrycznych i wtedy gdy E_1 osiąga wartość największą, $E_2=0$ i na odwrót. Po zamknięciu obwodu szczotek $S_2, S_4, S_6, S_8, \dots$ popłynie w układzie drugiego stopnia prąd I_2 , którego kierunki przepływu podane są na rys. 5.

2.4. Trzeci stopień wzmocnienia

Układ wzbudzenia tego stopnia wzmocnienia składa się z cewek skupionych umieszczonych na wszystkich 4m biegunach, zasilanych prądem I_2 . Taki przepływ Φ_2 wytwarza 4m-biegunowy strumień Φ_2 (bieguny N, S, N, S...), który jest już normalny w stosunku do 4m-biegunowego

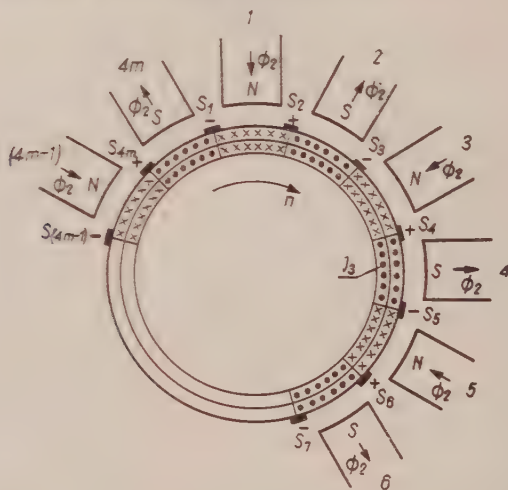


Rys. 7. Wielobok napięć indukowanych w 4m-biegunowym uzwojeniu twornika przez 4m-biegunowy strumień wzbudzenia trzeciego stopnia Φ_2 (bieguny N, S, N...) (na rys. 4m=8).

twornika. SEM indukowana strumieniem Φ_2 osiąga największą wartość między szczotkami $S_1 S_2$, $S_3 S_4$, $S_5 S_6$, ..., określoną wzorem:

$$E_s = \frac{n}{60} N \Phi_2 10^{-8} = \frac{n}{60} N B_2 l_1 a_4 \tau 10^{-6}. \quad (4)$$

Odpowiedni wielobok napięć jest podany na rys. 7. Po przyłączeniu obciążenia, popłynie w obwodzie prąd obciążenia I_3 , którego kierunki w poszczególnych częściach twornika są podane na rys. 8.



Rys. 8. Układ magnetyczny trzeciego stopnia i kierunki prądu wyjściowego I_3 , w obu warstwach $4m$ -biegunowego uzwojenia twornika, indukowanego przez $4m$ -biegunowy strumień Φ_2 (bieguny $N, S, N \dots$).

Dla układów wzbudzenia $2m$ -biegunowych (sterowania i wzbudzenia drugiego stopnia), wieloboki napięć pokrywają się m razy, dając po m punktów ekwipotencjalnych (rys. 6). Zás dla układu $4m$ -biegunowego (wzbudzenie trzeciego stopnia) otrzymamy $2m$ wieloboków nakładających się i po $2m$ punktów ekwipotencjalnych (rys. 7). Z porównania tych wieloboków wynika, że dla wycinków komutatora, mających te same napięcia w przypadku pola $4m$ -biegunowego (trzeci stopień wzmocnienia), w przypadku pól $2m$ -biegunowych (drugi stopień wzmocnienia) występuje między nimi pełne napięcie maszyny. Stąd wynika wniosek, że połączeniami wyrównawczymi można łączyć jedynie te wycinki, które mają te same napięcia w układzie $2m$ -biegunowym.

Jeżeli mamy $m=1$, czyli maszynę czterobiegunową, wtedy dla układu sterowania i wzbudzenia drugiego stopnia otrzymamy tylko jeden wielo-

$$\gamma = \frac{U_3}{E_3}, \quad \gamma = \frac{l_1}{\tau}.$$

Ponieważ indukcja B_2 , ze względu na żądany prostoliniowy przebieg zależności $\phi_2 = f(\theta_2)$ musi być mała i zawarta ponadto w bardzo wąskich granicach (2500—3500 gs) niezależnie od mocy wzmacniacza, więc jej wartość we wzorze (5) można przyjąć jako stałą, a zatem moc wyjściowa wzmacniacza będzie rosła ze wzrostem liczby obrotów n , okładu prądowego A_3 , podziałki biegunowej w trzeciej potędze (τ^3) i liczby biegunów w drugiej potędze (m^2).

Stosunek $\gamma = \frac{l_1}{\tau}$ w normalnych maszynach przyjmuje się w granicach $0,5 < \gamma \leq 1$, średnio 0,75. We wzmacniaczach, ze względu na to, że współczynnik wzmocnienia jest odwrotnie proporcjonalny do l_1^2 (pkt 4.3) należy dobrać niższe wartości γ .

4. WSPÓŁCZYNNIKI WZMOCNIENIA

4.1. Pierwszy stopień wzmocnienia

Współczynnikiem wzmocnienia pierwszego stopnia jest stosunek mocy wyjściowej tego stopnia (moc na szczotkach $S_1 S_3, S_5 S_7 \dots$) do mocy wejściowej (mocy sterowania)

$$K_{p1} = \frac{P_1}{P_s} = \frac{E_1 \cdot I_1}{I_s^2 \cdot R_s} = \frac{E_1^2}{I_s^2 R_s R_1}, \quad (6)$$

gdzie:

I_s, R_s — prąd i oporność obwodu sterowania,

R_1 — całkowita oporność obwodu,

I_1 — prąd w obwodzie przy szeregowym połączeniu cewek dodatkowego uzwojenia magnesującego.

Zasadniczo przepływ θ_1 jest wytworzony przez uzwojenie twornika prąd I_1 ; aby jednak mieć możliwość otrzymania żądanej wartości tego prądu, niezależnie od liczby prętów twornika N , stosuje się dodatkowe zwojenie magnesujące, współdziałające z twornikiem i umieszczone na biegunach $N_q, S_q, N_q \dots$ (rys. 9). Całkowity więc przepływ będzie się tu składał z przepływu wytworzonego przez uzwojenie twornika i przepływu zwojenia dodatkowego

$$\theta_1 = \theta_t + \theta_d,$$

ponieważ

$$\theta_t = 2 \frac{\tau}{2} \frac{A_1}{2} = \frac{I_1 N}{16 m^2} a_1 \quad \text{oraz} \quad \theta_d = Z_d I_1,$$

więc otrzymamy wyrażenie

$$\theta_1 = I_1 N \left(\frac{Z_d}{N} - \frac{a_1}{16 m^2} \right),$$

z którego, przy założonych wielkościach Θ_1, I_1, N, a_1 oraz m , można wyznaczyć liczbę zwojów Z_d dodatkowego uzwojenia magnesującego. Oporność tego uzwojenia wynosi

$$R_d = \left(\frac{\rho'}{100} \right) \frac{l_d Z_d}{s_d} \frac{2m}{a_1^2} = \rho \frac{l_d^2 Z_d^2}{V_d} \frac{2m}{a_1^2},$$

a oporność uzwojenia twornika dla liczby biegunów w tym stanie $2p=2m$ będzie

$$R_t = \left(\frac{\rho'}{100} \right) \cdot \frac{l_t N}{s_t (2m)^2} = \rho \frac{l_t^2 N^2}{V_t (2m)^2}$$

oraz oporność uzwojenia sterowania

$$R_s = \left(\frac{\rho'}{100} \right) \frac{l_s Z_s}{s_s} \frac{2m}{V_s} = \rho \frac{l_s^2 Z_s^2}{V_s} \frac{2m}{V_s},$$

gdzie

ρ' — oporność właściwa [$\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$],

Z_s, Z_d — liczby zwojów uzwojenia sterującego i dodatkowego,

V_s, V_d, V_t — objętości miedzi uzwojeń sterującego, dodatkowego i twornika [cm^3],

l_s, l_d, l_t — średnia długości zwojów uzwojenia sterowania i dodatkowego oraz średnia długość pręta twornika [cm],

a_1 — liczba pólzi równoległych dodatkowego uzwojenia magnesującego.

Ponieważ całkowita oporność obwodu magnesującego jest sumą oporności uzwojenia dodatkowego i twornika, czyli

$$R_1 = R_d + R_t,$$

wtedy po uwzględnieniu zależności (7) i (8) i wprowadzeniu oznaczeń

$$C_1 = \left(\frac{l_t^2 N^2}{V_t} \right) : \left(\frac{l_d^2 Z_d^2}{V_d} \right) = \frac{l_t}{l_d} \frac{s_d}{s_t} \frac{N}{Z_d} = \frac{1}{a_1 \zeta_1},$$

gdzie

$$\zeta_1 = \frac{Z_d}{N}, \quad \frac{1}{a_1} = \frac{l_t s_d}{l_d s_t},$$

to otrzymamy

$$R_1 = \rho \frac{l_t^2 N^2}{V_t 4m^2} \left(1 + \frac{8m^2}{C_1 a_1^2} \right) = \rho \frac{l_t^2 N^2}{V_t 4m^2} \left(1 + \frac{8m^2 \zeta_1 a_1}{a_1^2} \right).$$

Przyjmując, że całkowity przepływ uzwojenia sterowania idzie na pokonanie oporu magnetycznego szczeliny, to wobec nieznacznej wartości oporu magnetycznego żelaza otrzymamy

$$\Phi_s = l_s i_s B_s = \frac{0,4\pi}{2} l_s i_s \left(\frac{\tau}{\delta} \right) I_s Z_s,$$

$$E_{\text{eff}} = \left| \frac{E_1 - E_2}{2} \right| \left(\frac{E_1 + E_2}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2m}{E_1 - E_2} \right)$$

4.2 Derivation of the wave function

$$\psi(x) = \left(\frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1} \right) \left(\frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1} \right)$$

$$\psi(x) = \left(\frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1} \right) \left(\frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1} \right)$$

$$\psi(x) = \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1}$$

$$\psi(x) = \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1}$$

$$\psi(x) = \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1}$$

$$\psi(x) = \frac{E_1}{E_2} - \frac{E_2}{E_1}$$

gdzie

$$\zeta_2 = \frac{Z_2}{N}, \quad \frac{1}{\varepsilon_2} = \frac{l_t s_2}{l_2 s_t}.$$

Po podstawieniu (3), (10), (14), (17) do (13) otrzymamy

$$K_{p2} = \left(\frac{0,2\pi a_i 10^{-8}}{9 \cdot 2 \varrho} \right)^2 \left(\frac{n}{60} \right)^2 \frac{V_t^2}{l_i^2} \left(\frac{\tau}{\delta} \right)^2 \left[\frac{(a_1 + 16m^2 \zeta_1)^2}{16(a_1^2 + 8m^3 \zeta_1 \varepsilon_1)} \frac{a_2^2}{(a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2)} \right]. \quad (18)$$

4.3. Trzeci stopień wzmocnienia

Współczynnik wzmocnienia jest wyrażony tu jako

$$K_{p3} = \frac{P_3}{P_2} = \frac{U_3 E_3}{(I_2 a_2)^2 R_2 (R_0 + R_{tm})}, \quad (19)$$

gdzie:

R_0 — oporność obciążenia,

R_{tm} — oporność twornika dla liczby biegunów 4 m ,

I_2 — prąd w obwodzie drugiego stopnia przy szeregowym połączeniu cewek wzbudzenia.

Wprowadzając współczynnik uwzględniający spadek napięcia wewnątrz maszyny jako stosunek

$$\nu = \frac{U_3}{E_3} = \frac{R_0}{R_{tm} + R_0}$$

otrzymamy wyrażenie (19) w postaci

$$K_{p3} = \frac{\nu(1-\nu)E_3^2}{(I_2 a_2)^2 R_2 R_{tm}}. \quad (20)$$

Oporność R_{tm} określa wzór

$$R_{tm} = \varrho \frac{l_t^2 N^2}{V_t (4m)^2}, \quad (21)$$

zaś oporność R_2 wyrazimy ze wzoru (17) jako

$$R_2 = \varrho \frac{l_2^2 Z_2^2}{V_2 \cdot 4m^2} \left(C_2 + \frac{16m^3}{a_2^2} \right) = \varrho \frac{l_2^2 Z_2^2}{V_2 4m^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2 \zeta_2} + \frac{16m^3}{a_2^2} \right). \quad (22)$$

Strumień jest określony zależnością

$$\Phi_2 = \frac{0,2\pi}{k_3} a_i l_i \left(\frac{\tau}{\delta} \right) I_2 Z_2, \quad (23)$$

gdzie

$k_3 = \frac{\Theta_{\delta 2} + \Theta_{12} + \Theta_{22} + \Theta_{1j} + \Theta_{2j}}{\Theta_{\delta 2}}$ — współczynnik uwzględniający oporność magnetyczną żelaza;

$\Theta_{\delta 2}, \Theta_{12}, \Theta_{22}, \Theta_{1j}, \Theta_{2j}$ — oznaczają kolejno przepływy: szczeliny w trzecim stopniu, zębów stojana i wirnika, jarzma stojana i wirnika.

Podstawiając do wzoru (20) wyrażenia (4), (21), (22) i (23) otrzymamy

$$K_{p3} = \nu(1-\nu) \left(\frac{0,2\pi\alpha_1 10^{-8}}{3k_3\varrho} \right)^2 \left(\frac{n}{60} \right)^2 \frac{V_2 V_t}{l_2^2} \left(\frac{\tau}{\delta} \right)^2 \left[\frac{64m^4 \zeta_2 \varepsilon_2}{(a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2)} \right]. \quad (24)$$

Całkowity współczynnik wzmocnienia jest iloczynem współczynników poszczególnych stopni wyrażonych wzorami (12), (18) i (24), czyli

$$K_p = K_{p1} K_{p2} K_{p3} = \frac{1}{9} \left(\frac{0,2\pi\alpha_1 10^{-8}}{3\varrho} \right)^6 \frac{\nu(1-\nu)}{k_3^2} \cdot \left(\frac{n}{60} \right)^6 \cdot \frac{V_s V_2 V_t^4}{l_s^2 l_2^2 l_i^2} \left(\frac{\tau}{\delta} \right)^6 \cdot \left[a_1^2 \left(\frac{a_1 + 16m^2 \zeta_1}{a_1^2 + 16m^3 \zeta_1 \varepsilon_1} \right) \cdot \frac{2m^5 \zeta_2 \varepsilon_2 a_2^2}{(a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2)^2} \right]. \quad (25)$$

Ze wzoru (25) widać, że obroty maszyny są parametrem mającym zasadniczy wpływ na wielkość współczynnika wzmocnienia K_p , ponieważ występują one w szóstej potęgze. Ze względu na to, nawet przy małych ich wartościach, można uzyskać jeszcze dużą wartość K_p .

Drugim czynnikiem mającym wybitny wpływ na wielkość K_p jest podziałka biegunowa, gdyż również występuje w szóstej potęgze. Jeżeli przyjąć $l_2 \approx l_s = 2g + 2l_i = 2(g + \gamma)l_i$, (gdzie $g = 0,625\tau - 3$ cm), wtedy iloczyn długości występujący w mianowniku wzoru (25) można wyrazić zależnością

$$l_s^2 l_2^2 l_i^2 = 2^4 \tau^6 \gamma^2 (g + \gamma)^4,$$

z której wynika, że im stosunek $\gamma = \frac{l_i}{\tau}$ jest mniejszy, tym bardziej rośnie współczynnik wzmocnienia K_p ; czynnik $(g + \gamma)^4$ nie wywiera większego wpływu, bo gdy g rośnie, to w tym samym stosunku γ maleje.

Następną wielkością wpływającą w dużym stopniu na wzmocnienie jest szczelina δ ; nie można jednak zmniejszać jej poniżej pewnej wartości uwarunkowanej względami mechanicznymi.

Wzrost objętości uzwojeń prowadzi do zwiększenia współczynnika wzmocnienia wtedy, gdy odbywa się kosztem zwiększenia przekroju miedzi. Objętości miedzi uwojeń sterującego i magnesującego trzeciego stopnia mają nieznaczny wpływ; największy z nich ma objętość miedzi twornika.

Współczynnik k_3 uwzględnia nasycenia w żelazie obwodu magnetycznego im te nasycenia są mniejsze, tym k_3 jest mniejsze i współczynnik wzmocnienia rośnie.

We wzorze (25) występuje jeszcze czynnik $\nu(1-\nu)$, zależny od obciążenia maszyny, który osiąga największą wartość dla $\nu = 0,5$, tzn. gdy

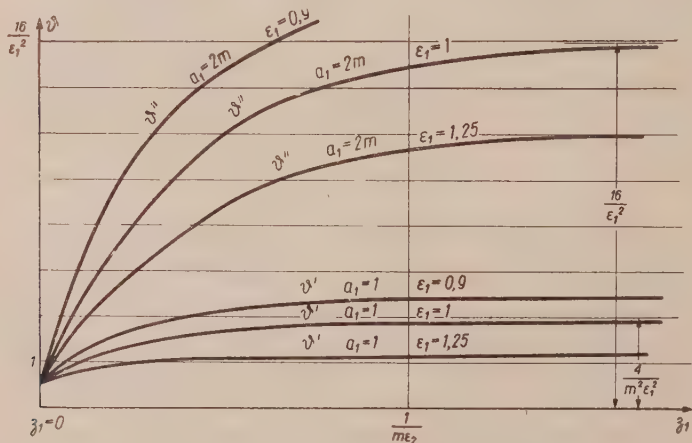
$U_3 = 0,5 E_3$. Tak małej wartości nie można przyjąć ze względu na słabe wykorzystanie maszyny, prowadzące do nadmiernego zwiększenia indukcji i w rezultacie do zmniejszenia wzmocnienia. Jak z tej analizy wynika, zarówno przy biegu luzem, jak i przy silnych przeciążeniach współczynnik K_p maleje.

Wpływ liczby biegunów, liczby gałęzi równoległych dodatkowego uzwojenia magnesującego i uzwojenia magnesującego trzeciego stopnia, liczby zwojów oraz wielkości oporności tych uzwojeń w stosunku do liczby prętów i oporności uzwojenia twornika są ujęte częścią wzoru (25) zawartą w nawiasie kwadratowym. Cały ten człon w nawiasach kwadratowych jest iloczynem dwóch składników, jednego zawierającego parametry dodatkowego uzwojenia magnesującego drugiego stopnia i drugiego — zawierającego parametry uzwojenia magnesującego trzeciego stopnia.

Pierwszy składnik jest wyrażony zależnością

$$\vartheta = a_1^2 \left(\frac{a_1 + 16m^2 \zeta_1}{a_1^2 + 8m^3 \zeta_1 \epsilon_1} \right)^2,$$

która jest przedstawiona jako funkcja ζ_1 , na rys. 10 dla dwóch krańcowych wartości $a_1 = 1$ i $a_1 = 2m$ i dla różnych wartości ϵ_1 . Funkcja



Rys. 10. Zależność członu $\vartheta = a_1^2 \left(\frac{a_1 + 16m^2 \zeta_1}{a_1^2 + 8m^3 \zeta_1 \epsilon_1} \right)^2$ od ζ_1 dla $a_1 = 1$ i $a_1 = 2m$ przy $\epsilon_1 = 0,9; 1; 1,25$.

$\vartheta = f(\zeta_1)$ dla $\zeta_1 = 0$, tzn. dla przypadku gdy nie ma dodatkowego uzwojenia magnesującego osiąga wartość $\vartheta = 1$. W przypadku gdy $a_1 = 1$, ze wzrostem ζ_1 wartość ϑ' dąży asymptotycznie od wartości $\vartheta' = 1$ do

$$\vartheta' = \frac{4}{m^2 \epsilon_1^2}.$$

Na wielkość ϑ' ma również wpływ wartość ε_1 ; gdy $\varepsilon_1 < 1$ wtedy ϑ' rośnie, zaś w przypadku przeciwnym, maleje w stosunku do wartości przy $\varepsilon_1 = 1$. Wartość ϑ' maleje szybko ze wzrostem liczby m i dla warunków granicznego ($\zeta_1 \rightarrow \infty$) maleje od wartości $\vartheta' = \frac{4}{\varepsilon_1^2}$ (przy $m=1$) do $\vartheta' \rightarrow 0$ (przy $m \rightarrow \infty$).

Jeżeli $a_1 = 2m$, wtedy wartości ϑ'' szybko rosną ze wzrostem ζ_1 od $\vartheta'' = 1$ do granicznej wartości $\vartheta'' = \frac{16}{\varepsilon_1^2}$. Wartość graniczna jest niezależna od liczby biegunów, jednak krzywe ϑ'' na odcinku gdy $0 < \zeta_1 < \infty$ przebiegają tym wyżej przy wzroście m , im większe jest ζ_1 oraz im ε_1 jest bardziej mniejsze od 1.

Drugi składnik wyrażony wzorem

$$\beta = \frac{2m^5 \zeta_2 \varepsilon_2 a_2^2}{(a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2)^2}$$

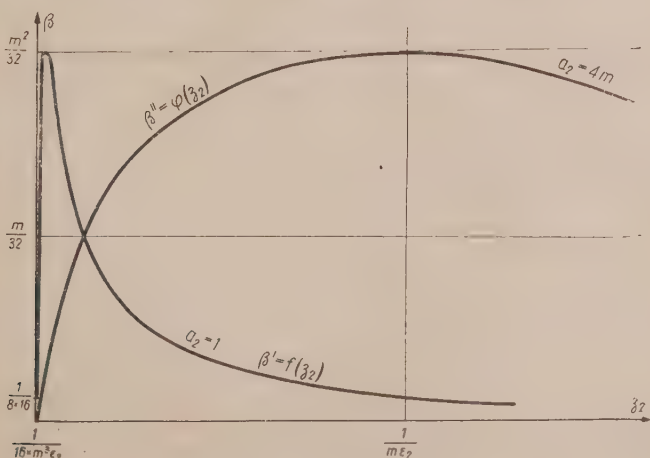
dla

$$\zeta_2 = \frac{a_2^2}{16m^3 \varepsilon_2}$$

osiąga wartość największą

$$\beta_{\max} = \frac{m^2}{32}$$

Wartość β_{\max} zależy tylko od liczby biegunów, tzn. że krzywa $\beta' = f(\zeta_2)$ przy $a_1 = 1$ oraz krzywa $\beta'' = f(\zeta_2)$ przy $a_2 = 4m$ mają takie same wartości β_{\max} . Przebiegi funkcji β' i β'' są przedstawione na rys. 11.



Rys. 11. Zależność członu $\beta = \frac{2m^5 \zeta_2 \varepsilon_2 a_2^2}{(a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2)^2}$ od ζ_2 dla $a_2 = 1$ i $a_2 = 4m$.

Z przebiegu krzywej β' widać, że wartość maksymalną osiąga się przy bardzo małej wartości parametru ζ_2 wynoszącej

$$\zeta_2 = \frac{1}{16m^3\epsilon_2}.$$

Krzywa β' posiada bardzo ostry szczyt i szybko opada, dążąc do zera gdy $\zeta_2 \rightarrow \infty$. Gdy funkcja $\beta'' = \beta_{\max}$ przy $\zeta_2 = \frac{1}{m\epsilon_2}$, wartość $\beta' = \frac{1}{8 \cdot 16}$.

Szczyt krzywej β'' jest bardzo płaski tzn., że dla dużych zmian wartości ζ_2 w pobliżu $\zeta_2 = \frac{1}{m\epsilon_2}$, wartość β'' zmienia się mało.

Wielkość ϵ_2 nie wpływa na wartość maksymalną β_{\max} , lecz na wielkość rzędnych ζ_2 , przy których występuje maksimum i na kształt krzywych. Wpływ ϵ_2 jest w ogóle mały i na przebieg β'' mniejszy niż na β' .

Liczba m zwiększa silnie wartość β_{\max} i przesuną w lewo rzędne, przy których występuje maksimum funkcji β ; odbija się to szczególnie silnie na krzywej β' , bo w mianowniku rzędnej ζ_2 występuje wyższa potęga m .

Wynikające z tej analizy wnioski odnośnie współczynnika wzmocnienia będą wyciągnięte w p. 6.

5. STAŁE CZASOWE

Stała czasowa jest miarą prędkości przebiegu stanów nieustalonych i dlatego dąży zawsze do tego, aby jej wartość była możliwie mała. Przy analizie stałych czasowych wygodniej jest rozłożyć indukcyjność danego obwodu na indukcyjność główną, czyli indukcyjność szczeliny i indukcyjność rozproszenia, którą można również wyrazić jako pewną część indukcyjności szczeliny.

W rozważaniach o stałych czasowych nie będą rozpatrywane nieskompensowane pola oddziaływania twornika od prądów I_1 , I_2 [1].

5.1. Pierwszy stopień wzmocnienia

Stała czasowa dla tego stopnia jest wyrażona zależnością

$$T_1 = 2m \frac{\sigma_s L_{s\delta}}{I_s R_s} = 2m \sigma_s Z_s \frac{\Phi_s}{I_s R_s} 10^{-8},$$

gdzie $L_{s\delta}$ — indukcyjność szczeliny,

$\sigma_s = \frac{L_{s\delta} + L_{s\sigma}}{L_{s\delta}}$ — współczynnik rozproszenia.

Po wprowadzeniu wyrażeń (9) i (11) otrzymamy

$$T_1 = \left(\frac{0,2\pi\sigma_t\sigma_s 10^{-8}}{\varrho} \right) \frac{l_t}{l_s^2} V_s \left(\frac{\tau}{\delta} \right). \quad (26)$$

Jak widać ze wzoru (26), stała czasowa T_1 nie zależy od liczby biegunów.

5.2. Drugi stopień wzmocnienia

Stała czasowa jest tu określona wzorem

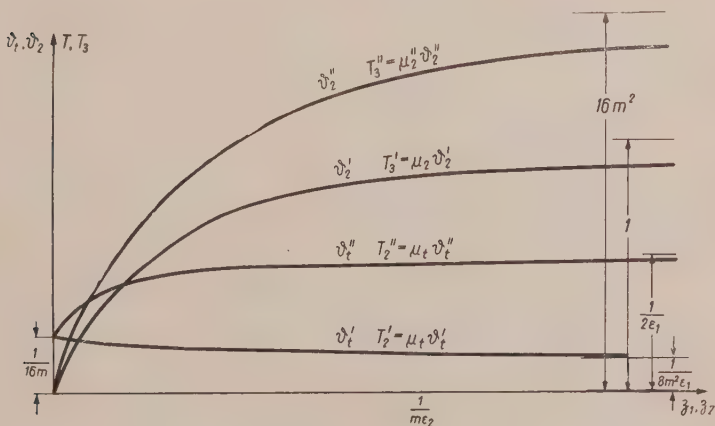
$$T_2 = 2m \frac{\sigma_t L_1 \delta}{R_1} = 2m \sigma_t Z_1 \frac{\Phi_1}{I_1 R_1} 10^{-8}.$$

Po podstawieniu wzorów (10), (14) oraz zależności

$$Z_1 = N \left(\zeta_1 + \frac{a_1}{16m^2} \right)$$

otrzymamy

$$T_2 = \left(\frac{0,2\pi\sigma_t\sigma_s 10^{-8}}{2\varrho} \right) \frac{l_t}{l_t^2} V_t \left(\frac{\tau}{\delta} \right) \left[\frac{a_1^2}{16m} \frac{(a_1 + 16m^2\zeta_1)^2}{(a_1^2 + 8m^3\zeta_1\epsilon_1)} \right]. \quad (27)$$



Rys. 12. Zależności członu $\vartheta_t = \frac{a_1^2}{16m} \left(\frac{a_1 + 16m^2\zeta_1}{a_1^2 + 8m^3\zeta_1\epsilon_1} \right)$ od ζ_1 dla $a_1=1$ i

$$a_1=2m \text{ oraz } \vartheta_2 = \frac{16m^3\zeta_2\epsilon_2 a_2^2}{a_2^2 + 16m^3\zeta_2\epsilon_2} \text{ od } \zeta_2 \text{ dla } a_2=1 \text{ i } a_2=4m.$$

Rozpatrzmy wyrażenie w nawiasach kwadratowych

$$\vartheta_t = \frac{a_1^2}{16m} \frac{(a_1 + 16m^2\zeta_1)^2}{(a_1^2 + 8m^3\zeta_1\epsilon_1)}$$

dla $a_1=1$ i $a_1=2m$ w funkcji ζ_1 (rys. 12).

Jeżeli $\zeta_1=0$, tzn. że nie ma w maszynie dodatkowego uzwojenia magnesyjnego, wówczas otrzymamy $\vartheta_t = \frac{1}{16m}$, więc ϑ_t , a zatem stała czasowa T_2 , maleją przy wzroście liczby m .

Jeżeli $a_1=1$, to przy wzroście ζ_1 maleje wartość ϑ_t i w granicznym przypadku otrzymamy

$$\lim_{\zeta_1 \rightarrow \infty} \vartheta_t' = -\frac{1}{8m^2\varepsilon_1}.$$

Porównując wyniki dla $\zeta_1=0$ i $\zeta_1=\infty$ widać, że stała czasowa T_2 rośnie ze wzrostem ζ_1 w przypadku gdy $m=1$, nie zależy od ζ_1 gdy $m=2$, a silnie maleje gdy $m>2$.

Wpływ ε_1 na ϑ_t' jest niewielki (ε_1 w pierwszej potęgze) i taki sam jak omówiony przy analizie ϑ .

Gdy $a_1=2m$ wówczas ϑ_t'' ze wzrostem ζ_1 rośnie i w granicznym przypadku osiąga wartość

$$\lim_{\zeta_1 \rightarrow \infty} \vartheta_t'' = \frac{1}{2\varepsilon_1},$$

która nie zależy od liczby m . Wartość funkcji ϑ_t'' , gdy ζ_1 jest zawarte w przedziale $0 < \zeta_1 < \infty$, wzrasta dla danych ζ_1 ze wzrostem m , szczególnie gdy $\zeta_1 > 0$.

5.3. Trzeci stopień wzmocnienia

Dla tego stopnia stała czasowa jest wyrażona wzorem

$$T_3 = 4m \frac{\sigma_2 L_2 \delta}{R_2} = 4m \sigma_2 Z_2 \frac{\Phi_2}{I_2 R_2} \cdot 10^{-8},$$

a uwzględniając wzory (22) i (23) otrzymamy

$$T_3 = \left(\frac{0,2\pi a_1 \sigma_2 10^{-8}}{\varrho} \right) \frac{l_i}{k_3 l_2^2} V_2 \left(\frac{\tau}{\delta} \right) \left[\frac{16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2 a_2^2}{a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2} \right]. \quad (28)$$

Wyrażenie w nawiasach kwadratowych

$$\vartheta_2 = \frac{16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2 a_2^2}{a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2}$$

w zależności od ζ_2 dla $a_2=1$ i $a_2=4m$ jest przedstawione na rys. 12.

Gdy $a_2=1$ wtedy ze wzrostem ζ_2 funkcja ϑ_2' wzrasta od zera do granicznej wartości $\lim_{\zeta_2 \rightarrow \infty} \vartheta_2' = 1$; taki sam przebieg ma funkcja ϑ_2' zależnie od m .

Jeżeli $a_2=4m$, to wówczas ϑ_2'' szybko rośnie od 0 do wartości granicznej $\lim_{\zeta_2 \rightarrow \infty} \vartheta_2'' = 16m^2$, która zależy od m^2 .

Całkowita stała czasowa maszyny jest sumą poszczególnych stałych wyrażonych wzorami (26), (27) i (28); oznaczając przez

$$u_s = \sigma_s \frac{V_s}{l_s^2}, \quad u_t = \frac{\sigma_t}{2} \cdot \frac{V_t}{l_t^2} \quad \text{i} \quad u_2 = \frac{\sigma_2}{k_3} \cdot \frac{V_2}{l_2^2} \quad \text{otrzymamy}$$

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \left(\frac{0,2\pi\alpha_i 10^{-8}}{\varrho} \right) \left(\frac{\tau}{\delta} \right) l_i.$$

$$\left[u_s + u_t \frac{a_1^2}{16m} \left(\frac{a_1 + 16m^2\zeta_1}{a_1^2 + 8m^3\zeta_1\varepsilon_1} \right) + u_2 \left(\frac{16m^3\zeta_2\varepsilon_2 a_2^2}{a^2 + 16m^3\zeta_2\varepsilon_2} \right) \right]. \quad (29)$$

6. WSPÓŁCZYNNIK DOBROCI

Jako miarę zdolności regulacyjnej wzmacniacza przyjmuje się współczynnik dobroci, określony stosunkiem całkowitego współczynnika wzmocnienia i całkowitej stałej czasowej. Na podstawie wzorów (25) i (29) otrzymamy

$$D_p = \frac{K_p}{T} = \frac{K_{p1}K_{p2}K_{p3}}{T_1 + T_2 + T_3} = \frac{1}{9} \left(\frac{0,2\pi\alpha_i 10^{-8}}{3\varrho} \right)^5 \frac{\nu(1-\nu)}{k_3^2} \left(\frac{n}{60} \right)^6.$$

$$\cdot \frac{V_s V_2 V_t^4}{l_s^2 l_2^2 l_i^3} \left(\frac{\tau}{\delta} \right)^3 \cdot \left[\frac{a_1^2 \left(\frac{a_1 + 16m^2\zeta_1}{a_1^2 + 8m^3\zeta_1\varepsilon_1} \right)^2 \frac{2m^5\zeta_2\varepsilon_2 a_2^2}{(a_2^2 + 16m^3\zeta_2\varepsilon_2)^2}}{u_s + u_t \frac{a_1^2}{16m} \left(\frac{a_1 + 16m^2\zeta_1}{a_1^2 + 8m^3\zeta_1\varepsilon_1} \right)^2 + u_2 \left(\frac{16m^3 a_2^2 \zeta_2 \varepsilon_2}{a_2^2 + 16m^3 \zeta_2 \varepsilon_2} \right)} \right]. \quad (30)$$

Rozpatrzymy najpierw składnik stojący przed nawiasem kwadratowym:

$$A = \frac{1}{9} \left(\frac{0,2\pi\alpha_i 10^{-8}}{3\varrho} \right)^5 \frac{\nu(1-\nu)}{k_3^2} \left(\frac{n}{60} \right)^6 \frac{V_s V_2 V_t^4}{l_s^2 l_2^2 l_i^3} \left(\frac{\tau}{\delta} \right)^5.$$

Na wielkość współczynnika dobroci zasadniczy wpływ mają obroty, które występują w szóstej potęgze tak samo jak w wyrażeniu na K_p , dlatego, że stała czasowa od obrotów nie zależy.

Tak samo duży wpływ ma stosunek $\left(\frac{\tau}{\delta} \right)$, który tu występuje w piątej potęgze, bo stała T jest proporcjonalna do pierwszej potęgi tego stosunku.

Zwiększenie długości maszyny l_i wpływa zarówno na zmniejszenie współczynnika K_p jak i na zwiększenie stałej czasowej T i dlatego współczynnik dobroci maleje proporcjonalnie do l_i^3 .

Przeanalizujemy teraz współczynnik dobroci w zależności od parametrów $m, a_1, a_2, \zeta_1, \zeta_2$ przy założeniu, że $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2$.

Przypadek I

$$\zeta^2 = \frac{1}{16m^3}$$

1. $a_1=1, \quad a_2=1,$

a) $\zeta_1=0$, tzn. gdy nie ma dodatkowego uzwojenia magnesującego

$$D_p = A \frac{m^2}{32} \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{16m} + \frac{u_2}{2}}. \quad (31a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3 \varepsilon_1}$, wtedy

$$D_p = A \frac{m^2}{32} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m\varepsilon_1} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{32m} \left(1 + \frac{2}{m\varepsilon_1} + \frac{2}{m\varepsilon_1} \right)^2 + \frac{u_2}{2}}. \quad (31b)$$

c) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, wtedy przy założeniu, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \approx \frac{A}{8\varepsilon_2^2} \frac{1}{u_s + \frac{2u_t}{m\varepsilon_2^2} + \frac{u_2}{2}}. \quad (31c)$$

2. $a_1=2m, \quad a_2=1$

a) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3 \varepsilon_1}$, wtedy

$$D_p = A \frac{m^2}{32} \cdot \left(\frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_1 m^2}}{1 + \frac{1}{4m^2}} \right)^2 \frac{1}{u_s + u_t \cdot m^3 \frac{\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon_1 m^3} \right)^2}{\left(1 + \frac{1}{4m^2} \right)} + \frac{u_2}{2}}. \quad (32a)$$

(b) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, wtedy

$$D_p = A \frac{m^2}{9 \cdot 32} \left(1 + \frac{8}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{3} m^3 \left(1 + \frac{4}{m\varepsilon_1} \right)^2 + \frac{u_2}{2}}. \quad (32b)$$

3. $a_1=1, \quad a_2=4m$

a) $\zeta_1=0$, wtedy przy założeniu, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \approx \frac{A}{4 \cdot 32} \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{16m} + u_2} \quad (33a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3\varepsilon_1}$, to przy założeniu, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{4 \cdot 32} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m\varepsilon_1} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{32m} \left(1 + \frac{2}{m\varepsilon_1} \right)^2 + u_2} \quad (33b)$$

c) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, przyjmując, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{32m^2\varepsilon_2^2} \frac{1}{u_s + \frac{2u_t}{m\varepsilon_2^2} + u_2} \quad (33c)$$

4. $a_1 = 2m$, $a_2 = 4m$

a) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3\varepsilon_1}$, zakładając, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{4 \cdot 32} \left(\frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_1 m^2}}{1 + \frac{1}{4m^2}} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t m^3}{2m^3\varepsilon_1} \left(1 + \frac{1}{4m^2} \right)^2 + u_2} \quad (34a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, zakładając, że $18m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{36 \cdot 32} \left(1 + \frac{8}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{3} m^3 \left(1 + \frac{1}{m\varepsilon_2} \right)^2 + u_2} \quad (34b)$$

Przypadek II

$$\zeta_2 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$$

1. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$

a) $\zeta_1 = 0$, przyjmując, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{4 \cdot 32} \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{16m} + u_2} \quad (35a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3\varepsilon_1}$, przyjmując, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{4 \cdot 32} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m\varepsilon_1} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t}{32m} \left(1 + \frac{2}{m\varepsilon_1} \right)^2 + u_2} \quad (35b)$$

c) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, przyjmując, że $\frac{16m}{\varepsilon_2} \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{32m^2\varepsilon_2} \frac{1}{u_s + \frac{2u_t}{m\varepsilon_2^2} + u_2} \quad (35c)$$

2. $a_1 = 2m$, $a_2 = 1$

a) $\zeta_2 = \frac{1}{8m^2\varepsilon_1}$, przyjmując, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{4 \cdot 32} \left(\frac{1 + \frac{1}{\zeta_1 m^2}}{1 + \frac{1}{4m^2}} \right)^2 \frac{1}{u_s + u_t m^3 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1}{2m^2\varepsilon_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{2}{m^2}\right)} + u_2} \quad (36a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, przyjmując, że $16m^2 \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{36 \cdot 32} \left(1 + \frac{8}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{1}{u_s + \frac{u_t m^3}{3} \left(1 + \frac{4}{m\varepsilon_2} \right)^2 + u_2} \quad (36b)$$

3. $a_1 = 1$, $a_2 = 4m$

a) $\zeta_1 = 0$, wtedy otrzymamy

$$D_p = \frac{A}{32} \frac{1}{\frac{u_s}{m^2} + \frac{u_t}{16m^3} + 8u_2} \quad (37a)$$

b) $\zeta_1 = \frac{1}{8m^3\varepsilon_1}$ wtedy otrzymamy

$$D_p = \frac{A}{32} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m\varepsilon_1} \right)^2 \frac{1}{\frac{u_s}{m^2} + \frac{u_t}{32m^3} \left(1 + \frac{2}{m\varepsilon_1} \right)^2 + 8u_2} \quad (37b)$$

c) $\zeta_1 = \frac{1}{m\varepsilon_2}$, przyjmując, że $\frac{16m}{\varepsilon_2} \gg 1$ otrzymamy

$$D_p \cong \frac{A}{8m^2\varepsilon_2^2} \frac{1}{\frac{u_s}{m^2} + \frac{u_t 32}{m^3\varepsilon_2^2} + 8u_2} \quad (37c)$$

$$4. \quad a_1 = 2m, \quad a_2 = 4m$$

$$a) \quad \zeta_1 = \frac{1}{8m^3 \varepsilon_1}, \text{ wtedy otrzymamy}$$

$$D_p = \frac{A}{32} \left(\frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_1 m^2}}{1 + \frac{1}{4m^2}} \right)^2 \frac{1}{\frac{u_s}{m^2} + u_t m \cdot \frac{\left(1 + \frac{1}{2\varepsilon_1 m^3}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{4m^2}\right)} + 8u_2} \quad (38a)$$

$$b) \quad \zeta_1 = \frac{1}{m \varepsilon_2}, \text{ wtedy otrzymamy}$$

$$D_p = \frac{A}{9 \cdot 32} \left(1 + \frac{8}{\varepsilon_2} \right)^2 \frac{1}{\frac{u_s}{m^2} + \frac{u_t}{3} m \left(1 + \frac{4}{m \varepsilon_2} \right)^2 + 8u_2} \quad (38b)$$

W przypadku I określone są wartości współczynnika dobroci dla małych wartości parametru ζ_2 , równej jego wartości krytycznej, $\zeta_2 = -\frac{1}{16m^3 \varepsilon^2}$ przy zmieniającej się wartości ζ_1 dla różnych a_1 i a_2 .

Przy szeregowym połączeniu wszystkich cewek obu uzwojeń wzbudzenia ($a_1=1$, $a_2=1$), dla małych wartości ζ_1 (również $\zeta_1=0$), współczynniki dobroci zależą od m^2 (wzory (31a) i (31b)) i w miarę wzrostu ζ_1 współczynnik D_p staje się niezależny od m , wzór (31c), jeżeli pominąć wpływ m na środkowy wyraz w mianowniku. Wielkość wyrażenia (31b) zależy jeszcze od wartości składnika $x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m\varepsilon_1} \right)^2$, który zmniejsza współczynnik D_p , gdy $m\varepsilon_1 > 1$, a zwiększa, gdy $m\varepsilon_1 < 1$. Jeżeli $m=1$, to współczynnik dobroci D_p dla szerokiego zakresu wartości ζ_1 jest taki sam, a dla dużych wartości ζ_1 rośnie, jeżeli $\varepsilon_2 < 2$.

Dla $a_1=2m$, $a_2=1$ współczynniki dobroci zarówno dla małych, jak i dużych wartości ζ_1 maleją proporcjonalnie do m (wzory (32a) i (32b)).

Gdy $a_1=1$, $a_2=4m$ (wzory (33a), (33b) i (33c)) współczynniki D_p dla małych wartości ζ_1 są praktycznie stałe niezależne od m , szczególnie, gdy u_t jest małe w stosunku do u_s i u_2 . Ze wzrostem ζ_1 występuje wpływ m , zmniejszający D_p i dla dużych wartości ζ_1 współczynnik ten maleje proporcjonalnie do m^2 .

Gdy $a_1=2m$, $a_2=4m$ (wzory (34a) i (34b)) współczynnik dobroci maleje prawie proporcjonalnie do m^3 , zarówno dla małych jak i dużych wartości ζ_1 . Z porównania obu wzorów widać, że dla dużych ζ_1 współczynnik D_p jest kilkanaście razy większy niż dla małych.

W przypadku II omówione są wielkości współczynnika dobroci D_p , gdy wartość ζ_2 jest równa wartości krytycznej $\zeta_2 = \frac{1}{m\epsilon_2}$, przy $\zeta_1 = var$, dla różnych a_1 i a_2 .

Gdy $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ wówczas współczynniki D_p (wzory (35a), (35b) i (35c)) dla małych wartości ζ_1 nie zależą od m (jeżeli pominąć wpływ m na środkowy wyraz sumy w mianowniku), a dla dużych wartości ζ_1 , maleją z kwadratem liczby m (wzór (35c)).

Jeżeli $a_1 = 2m$, $a_2 = 1$, to współczynnik dobroci maleje prawie proporcjonalnie do m^3 zarówno dla dużych jak i małych wartości ζ_1 (wzory (36a) i (36b)).

Jeżeli $a_1 = 1$, $a_2 = 4m$ współczynniki D_p dla małych ζ_1 są prawie stałe, niezależnie od m , a dla dużych ζ_1 maleją z kwadratem m .

Dla $a_1 = 2m$, $a_2 = 4m$ współczynnik D_p maleje prawie proporcjonalnie do m i to zarówno dla małych, jak i dużych wartości ζ_1 .

Ogólnie biorąc, w przypadku I najwyższe wartości współczynnika D_p , rosnące proporcjonalnie do m^2 , uzyskuje się dla małych wartości ζ_1 przy $a_1 = 1$ i $a_2 = 1$; dla dużych wartości ζ_1 współczynnik D_p jest prawie stały niezależny od m . Zwiększenie liczby gałęzi a_1 przy $a_2 = 1$ powoduje zmniejszenie D_p prawie proporcjonalnie do m . Tak samo zwiększenie liczby gałęzi a_2 przy $a_1 = 1$ powoduje zmniejszenie D_p , który przy $a_2 = 4m$ jest prawie m^2 razy mniejszy niż przy $a_1 = 1$, dla wszystkich wartości ζ_1 . Najniższe wartości D_p , malejące proporcjonalnie do m^3 , występują przy $a_1 = 2m$ i $a_2 = 4m$.

W przypadku II współczynniki D_p mają niższe wartości niż w przypadku I. Tutaj D_p dla $a_1 = 1$ (niezależnie od a_2) i małych ζ_1 nie zależy od m , a dla dużych maleje proporcjonalnie do m^2 ; dla dużych ζ_1 oraz $a_1 = 2m$ i $a_2 = 4m$ współczynnik D_p maleje proporcjonalnie do m .

Dla pewnych wartości ζ_1 i ζ_2 oraz a_1 i a_2 współczynniki dobroci wyrażone wzorami (33a) i (35a), (33b) i (35b), (33c) i (35c) oraz (34a) i (36a), (34b) i (36b) mają takie same wartości.

Dla wzmacniacza czterobiegunowego ($m=1$), podobnie jak i dla $m > 1$, w przypadku I największe wartości D_p otrzymuje się dla małych a_1 i a_2 oraz dużych ζ_1 ; zwiększenie a_1 lub a_2 powoduje zmniejszenie D_p . W przypadku II wartości D_p są mniejsze niż w przypadku I i również rosną dla dużych ζ_1 . Ze wzrostem a_1 i a_2 , odwrotnie niż w przypadku I, współczynniki D_p rosną tak dla dużych, jak i małych wartości ζ_1 .

Moc wyjściowa wzmacniacza (wzór (3)) zależy od tych samych parametrów, które występują we wzorze na współczynnik dobroci, z czego wynika, że we wzmacniaczach trójstopniowych wielobiegunowych można uzyskać duże moce wyjściowe przy jednocześnie dużych współczynnikach dobroci.

LITERATURA

- [1] Andrzejewski F. — Trójsstopniowy wzmacniacz maszynowy (amplidyna), Zęszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej Elektryka VIII, Nr 18, 1957.

МНОГОПОЛЮСНЫЕ ТРЕХКАСКАДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАШИННЫЕ УСИЛИТЕЛИ

В статье изложены основы работы многополюсных трехкаскадных электромашинных усилителей. Рассмотрено влияние числа полюсов на отдаваемую усилителем мощность, на коэффициенты усиления отдельных степеней усиления, на постоянные времени и коэффициенты добротности. Проведен анализ влияния числа параллельных ветвей магнитных обмоток третьей степени усиления и дополнительных магнитных обмоток второй степени усиления, отношения числа витков этих обмоток к количеству проводников якоря, на коэффициент усиления, постоянные времени и коэффициент добротности.

В пункте 4 выведены значения коэффициентов усиления отдельных степеней усиления, выраженные формами (12), (18) и (24), и значение результирующего коэффициента усиления определенного формулой (25).

Постоянные времени отдельных степеней усиления (формулы (26), (27) и (28)) и результирующая постоянная времени машины (формула (29)), являющаяся суммой постоянных времени отдельных степеней, определена в пункте 5.

Коэффициент добротности, как критерий регулирующей способности, определяемый отношением коэффициента усиления усилителя к его постоянной времени, выражен формулой (30).

Из этой формулы вытекает, что коэффициент добротности растет с шестой степенью оборотов. Поэтому даже при малом количестве оборотов можно получить все еще большое значение коэффициента добротности D_p .

Вторым фактором имеющим большое влияние на величину D_p является отношение $\left(\frac{\tau}{\delta}\right)$, которое выступает в пятой степени. Увеличение идеальной длины машины l_i влияет довольно сильно (l_i в третьей степени) на уменьшение коэффициента добротности.

Коэффициент k_3 определяет влияние насыщения; чем насыщение меньше, тем k_3 меньше и коэффициент добротности D_p — больше. Влияние насыщения на D_p не велико.

Коэффициент добротности зависит еще от нагрузки машины, выраженной членом $\nu(1-\nu)$, который при холостом ходе как и при перегрузке меньше своей оптимальной величины, что вызывает уменьшение D_p .

Влияние числа полюсов, числа параллельных ветвей дополнительных магнитных обмоток и магнитных обмоток третьей степени усиления, числа витков и величины сопротивления обмоток в отношении к количеству проводников и сопротивления обмоток якоря выражено частью формулы (30) заключенной в квадратных скобках.

Коэффициент добротности с учетом влияния перечисленных выше параметров проанализирован при различных числах параллельных ветвей a_1 и a_2

$$\text{для } \zeta_2 = \frac{1}{16 m^2 \varepsilon_2} \text{ и } \zeta_1 = \text{var} \text{ — случай I}$$

и для $\zeta_2 = \frac{1}{m \varepsilon_3}$ и $\zeta_1 = \text{var}$ — случай II

В первом случае, при возрастании числа параллельных ветвей дополнительной магнитной обмотки ($a_1 = 2m$), при последовательном соединении катушек магнитных обмоток третьей степени ($a_2 = 1$), получаются самые высокие коэффициенты добротности, растущие с m^2 для малых и больших ζ_1 .

При переходе от $a_2 = 1$ к $a_2 = 4m$ при $a_1 = 1$ коэффициент D_p уменьшается по отношению к прежним значениям, а параллельное соединение всех катушек обоих обмоток уменьшает D_p по отношению к значению при $a_1 = 1$, $a_2 = 4m$ для больших ζ_1 .

На коэффициент добротности влияют кроме того величины составляющих выступающих в сумме знаменателя. Для первого случая средний составляющий член суммы уменьшается с увеличением m , что ведет к увеличению D_p . Это увеличение тем больше, чем средний составляющий член больше от остальных.

Во втором случае коэффициенты добротности имеют меньшие величины чем в случае первом. Пересоединение на большее число параллельных ветвей обмоток возбуждения третьей степени усиления или обоих магнитных обмоток увеличивает значение D_p по сравнению с получаемым при последовательном соединении этих катушек.

Во втором случае при последовательном соединении катушек возбуждения третьей степени усиления ($a_2 = 1$), средний член суммы в знаменателе уменьшается с увеличением m , подобно как в случае первом. При пересоединении на $a_2 = 4m$, первый и второй член суммы уменьшаются пропорционально в m^2 или m^4 , но коэффициент при последнем члене суммы растет восьмикратно. В этих условиях увеличение коэффициента D_p с увеличением m может наступить тогда, когда первый и второй члены суммы велики по сравнению с третьим.

Для некоторых величин ζ_1 и ζ_2 при определенных a_1 и a_2 коэффициенты добротности данные формулами: (33a), (35a), (33b) и (35b), (33c) и (35c), (34a) и (36a), (34b) и (36b) получают одинаковые значения, что указывает на определенное равновесие параметров ζ_1 , ζ_2 и a_1 , a_2 .

Для четырехполосного усилителя ($m = 1$) самое большое значение коэффициента D_p получаем по формуле (31c), если u_2 очень мало по отношению к u_3 и u_4 . В этом случае также большие значения D_p можно получить по формулам (37c) и (38b).

MEHRPOLIGE DREISTUFIGE MASCHINENVERSTÄRKER

In diesem Artikel ist das Wirkungsprinzip von mehrpoligen dreistufigen Maschinenverstärkern angegeben. Es wurde der Einfluss der Polzahl auf die Ausgangsleistung, auf die Zeitkonstanten und auf das Güteverhältnis besprochen. Es wurde der Einfluss der Anzahl der parallelen Zweige in der Magnetwicklung der dritten Verstärkerstufe und in der Zusatz-Magnetwicklung der zweiten Verstärkerstufe, sowie der Einfluss der Windungs — zahl dieser Wicklungen im Verhältnis zur Anzahl der Ankerstäbe, auf den Verstärkungsgrad, auf die Zeitkonstanten und auf das Güteverhältnis besprochen.

Im Abschnitt 4 wurden die Verstärkungskoeffizienten der einzelnen Verstärkungsstufen, bezeichnet mit den Formeln (12), (18) und (24), sowie der totale Ver-

stärkungsgrad, als Produkt der einzelnen Koeffizienten, bezeichnet mit der Formel (25) abgeleitet.

Die Zeitkonstanten der einzelnen Verstärkungsstufen (die Formeln (26), (27) und (28)) sowie die resultierende Zeitkonstante der Maschine (Formel (29)) als eine Summe der Zeitkonstanten von den einzelnen Verstärkungsstufen, sind in dem Abschnitt 5 abgeleitet.

Das Güteverhältnis, als ein Mass der Regulierfähigkeit, bezeichnet als ein Verhältnis des totalen Verstärkungsgrades zur totalen Zeitkonstante, ist mit der Formel (30) (Punkt 6) bezeichnet.

Wie daraus zu ersehen ist, nimmt das Güteverhältnis mit der sechsten Potenz der Drehzahl zu. Aus diesem Grunde kann sogar bei kleiner Drehzahl noch ein grosser Wert des Koeffizienten D_p erreicht werden.

Der zweite Faktor, der ebenfalls einen grossen Einfluss auf die Grösse von D_p hat, ist das Verhältnis $\left(\frac{\tau}{\delta}\right)$, das in der fünften Potenz auftritt.

Die ideale Maschinenlänge l_i hat ziemlich grossen Einfluss (l_i in der dritten Potenz) auf die Verminderung des Güteverhältnisses.

Der Koeffizient k_3 berücksichtigt die Sättigung in dem Eisen des magnetischen Kreises; je kleiner die Sättigung ist desto kleiner wird k_3 und der Koeffizient D_d nimmt zu. Der Einfluss der Sättigung auf D_p ist klein.

Das Güteverhältnis ist noch von der Belastung der Maschine abhängig. Diese Belastung ist durch die Komponente $\nu(1-\nu)$ erfasst, die sowohl bei Leerlauf, als auch bei Überlastungen kleiner ist, als ihr optimaler Wert, was zur Verminderung von D_p führt.

Der Einfluss der Polzahl, der Anzahl der parallelen Zweige der zusätzlichen Magnetwicklung und der drittstufigen Magnetwicklung, sowohl der Einfluss der Windungszahl und des Widerstandswertes Wicklungen auf die Anzahl der Ankerstäbe und den Widerstand der Ankerwicklung wurde erfasst durch den Anteil der Formel (30), der in den Quadratklammern liegt.

In Bezugnahme auf die oben erwähnten Parameter wurde das Güteverhältnis bei verschiedener Anzahl von parallelen Zweigen a_1 und a_2 analysiert, und zwar:

$$\text{für } \zeta_2 = \frac{1}{16m^3e_2} \text{ und } \zeta_1 = \text{variabel, — Variante I, und}$$

$$\text{für } \zeta_2 = \frac{1}{me_2} \text{ und } \zeta_1 = \text{variabel, — Variante II.}$$

Für die Variante I bekommt man bei Wachsender Anzahl der parallelen Zweige der Zusatz-Magnetwicklung ($a_1=2m$), bei Reichenschaltung der Magnetspulen der drittstufigen Magnetwicklung die höchsten Güteverhältnisse, die mit m^2 sowohl für kleine, als auch grosse Werte von ζ_1 , zunehmen.

Übergang von $a_2=1$ auf $a_2=4m$ bei $a_1=1$ vermindert den Koeffizienten D_p im Verhältnis zu den früheren Werten, die Parallelschaltung von allen Magnetspulen der beiden Wicklungen erhöht dagegen D_p im Verhältnis zu den Werten bei $a_1=1$, $a_2=4m$ für grosse Werte von ζ_1 .

Auf die Güteverhältnisse haben noch Einfluss die Werte der Komponenten, die in der Summe des Nenners auftreten. Für die Variante I nimmt die mittlere Komponente der Summe mit der Zunahme von m ab, was zur Vergrösserung des Koeffizienten D_p führt. Diese Vergrösserung ist desto stärker, je grösser die mittlere Komponente im Vergleich mit den übrigen Komponenten ist.

Bei der Variante II erreichen die Güteverhältnisse kleinere Werte als bei der Variante I. Hier ergibt die Umschaltung der Magnetwicklung der dritten Verstärkerstufe auf eine grössere Anzahl der parallelen Zweige, oder die Umschaltung der beiden Magnetwicklungen eine Vergrößerung des Wertes von D_p im Vergleich mit der Reihenschaltung der Magnetspulen.

Für die Variante II, bei der Reihenschaltung der dritt-stufigen Magnetspulen ($a_2=1$), nehmen die mittleren Komponenten der Summe im Nenner mit der Zunahme von m ab, ähnlich wie bei der Variante I. Bei der Umschaltung auf $a_2=4m$ nehmen die erste und die zweite Komponente der Summe mit m^2 oder m^4 ab, dagegen der Koeffizient bei der letzten Komponente der Summe nimmt achtmal zu. Unter diesen Verhältnissen kann eine Vergrößerung des Koeffizienten D_p mit der Zunahme von m nur dann erfolgen, wenn die erste und zweite Komponente der Summe genügend gross im Vergleich mit der dritten Komponente sind.

Die Güteverhältnisse, ausgedrückt mit der Formeln (33a) und (35a) (33b) und (35b), (33c) und (35c), (34a) und (36a), (34b) und (36b) haben für einzelne Werte von ζ_1 und ζ_2 bei gewissen Werten von a_1 und a_2 die gleiche Grösse. Was man als eine gewisse Gleichwertigkeit der Parameter ζ_1 und ζ_2 beziehungsweise a_1 und a_2 ansehen Kann.

Für den vierpoligen Verstärker ($m=1$) erreicht man den grössten Wert des Koeffizienten D_p auf Grund der Formel (31c), dagegen wenn u_2 sehr klein im Verhältnis zu u_s und u_t ist. Kann man gleichgrosse Werte von D_p aus den Formeln (37c) und (38b) erhalten.

621.396.963.

J. SZYSZKIEWICZ

Układy wykrywania słabych sygnałów radiolokacyjnych

Rękopis dostarczono 5. 10. 58.

Rozpatrzono możliwości praktycznego wykorzystania rezultatów teorii wykrywania sygnałów przy konstrukcji sprzętu radiolokacyjnego. Przyjmując za P. M. Woodwardem, że idealny odbiornik powinien w oparciu o odbierany sygnał określić rozkład prawdopodobieństwa istnienia obiektu o określonych parametrach, przedyskutowano praktyczne metody i schematy blokowe układów obliczających niezbędne funkcjonały.

Zaproponowano metodę przyspieszonej analizy widmowej pozwalającą na znaczne uproszczenie układów wykrywania.

1. WSTĘP

Od zarania rozwoju radiolokacji prowadzono intensywne prace teoretyczne nad zagadnieniami wykrywania i pomiaru parametrów sygnału echa; zagadnienia te są zresztą związane z problemem wyboru systemu modulacji, a tym samym z szerokim problemem syntezy systemu radiolokatora. Według sposobu ujęcia tematyki w pracach tych można rozróżnić dwie zasadnicze grupy metod: metodę analizy częstotliwościowej, prowadzącej do obliczenia filtrów gwarantujących na wyjściu maksymalny stosunek mocy sygnału do mocy szumów oraz metod probabilistycznych prowadzących zarówno do syntezy optymalnych charakterystyk urządzenia, jak i do oceny wartości różnych zasad i kryteriów podejmowania decyzji o istnieniu i o parametrach sygnału echa.

W założeniu, że metody probabilistyczne dają bardziej pogładowy i wnikliwy opis rozpatrywanych zjawisk i problemów, jedną z tych metod przyjęto jako teoretyczną podstawę niniejszej pracy.

Zdając sobie sprawę, że proces wykrywania rozbić można na dwa etapy: przekształcenia odbieranych sygnałów oraz decydowania, w rozważaniach poniższych zajęto się problematyką etapu pierwszego. Przy takim przekształceniu sygnałów wejściowych aby sygnał lub jego zobrazowanie na wyjściu odbiornika reprezentowały maksimum wszystkich dostępnych informacji potrzebnych na etapie decyzji oraz aby forma zobrazowania zapewniała prostotę operacji decyzji i możliwość łatwego uwzględnienia różnych dodatkowych czynników, problematyka ta obejmuje w zasadzie całokształt systemowych zagadnień konstrukcji. Można

przyjąć, że w większości przypadków skomplikowana i trudna problematyka optymalnego wykorzystania sygnałów wyjściowych lub ich zobrazowań w samym procesie decyzji interesuje nie konstruktora, a przede wszystkim użytkownika sprzętu.

W pracy niniejszej poszukując takich rozwiązań konstrukcyjnych, w których przekształcenie sygnału wejściowego nie pociąga za sobą strat informacji, wykorzystano teorię P. M. Woodwarda [10. 8. 9.] rozwiniętą później przez W. M. Sieberta [5]. W najbliższym rozdziale zestawiono najważniejsze rezultaty teorii i wskazano, że stosowane powszechnie konwencjonalne urządzenia radiolokacyjne nie wykorzystują w pełni teoretycznych możliwości optymalnego przekształcenia sygnału, co pociąga za sobą duże straty potencjału zasięgowego. Po upewnieniu się w celowości poszukiwań nowych rozwiązań rozszerzono nieco teoretyczne ujęcie problemu przez uwzględnienie azymutowego ruchu anteny radiolokatora, a następnie przedyskutowano blokowe schematy układów spełniających w przybliżeniu zadania wytyczone rezultatami teorii. Okazało się przy tym, że wszystkie typy układów, w których nie wykorzystuje się specjalnych urządzeń pamięciowych, pozwalających na wielokrotne odczytywanie stosunkowo długich odcinków sygnału, prowadzą niestety do tak skomplikowanych rozwiązań, że wątpliwą się staje celowość ich praktycznej realizacji.

W ostatnim rozdziale przedstawiono koncepcję *przyspieszonej analizy* oraz przykład układu wykorzystującego tę koncepcję. Zdaniem autora, w oparciu o ideę przyspieszonej analizy istnieje praktyczna możliwość realizacji idealnego układu wykrywania, tzn. układu odpowiadającego wytycznym teorii. Dla podkreślenia, że zarówno teoria, jak i przedstawione w pracy wnioski dotyczą tylko tej części problemów wykrywania, które wiążą się z przekształceniem sygnałów przygotowującym je do procesu decyzji, mówić będziemy o idealnym układzie przekształcania lub, zgodnie z terminologią wyprowadzaną przez J. Seidlera [4], o idealnym stopniu wstępnym.

2. REZULTATY TEORII WYKRYWANIA SYGNAŁÓW

Przyjęto za Woodwardem, że stopień wstępny jest idealny, jeśli na podstawie sygnału wejściowego wypracowuje rozkład prawdopodobieństwa egzystencji sygnału echa względem jego parametrów. Przy założeniu proponowanego przez Sieberta modelu sygnału radiolokacyjnego oraz przy znajomości rozkładów prawdopodobieństwa *a priori*, $P_0(S_{K\tau\Omega})$, teoretyczne obliczenie interesującego nas rozkładu *a posteriori* $P(S_{K\tau\Omega/R})$ umożliwia wzór Bayesa

$$P(S_{K\tau\Omega/R}) = \frac{P_0(S_{K\tau\Omega})P(R/S_{K\tau\Omega})}{P(R)},$$

przy czym zastosowane wyżej symbole oznaczają:

$R(t)$ lub R — aktualnie odebrany przebieg na wejściu odbiornika reprezentujący szumy lub szumy wraz z sygnałem echa o nieznanach parametrach,

$S_{K\tau\Omega}(t) = K S_{1\tau\Omega}(t)$ — sygnał echa o założonych parametrach: K — amplituda, τ — opóźnienie Ω — dopplerowskie przesunięcie częstotliwości w stosunku do sygnału sondującego.

Praktyczna wartość podanej zasady obliczeń budzić może wątpliwości ze względu na trudności określenia w praktyce rozkładu *a priori* $P_0(S_{K\tau\Omega})$. Można się jednak zgodzić z argumentami Woodwarda i Sieberta [6], że z punktu widzenia konstruktora sprzętu, zadania odbiornika sprowadzić się dałoby do obliczania funkcji prostszej od $P(S_{K\tau\Omega}/R)$. Wystarczy bowiem, że na wejście członu decyzyjnego dostarczona zostanie monotoniczna funkcja rozkładu *a posteriori*, na podstawie której obliczenie $P(S_{K\tau\Omega}/R)$ wymaga tylko znajomości $P_0(S_{K\tau\Omega})$. Obliczenie tej funkcji, nazwijmy ją funkcją rozkładu q_1 , jest w tym sensie kompletnym zadaniem stopnia wstępnego, że dalsze przekształcenia nie wiążą się już z przebiegiem sygnału wejściowego $R(t)$.

Przyjmując gausowski charakter szumów można znaleźć (patrz [10] i [5])

$$P(S_{K\tau\Omega}/R) = C_1 P_0(S_{K\tau\Omega}) e^{-\frac{K^2}{N_0}} e^{\frac{K}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} R(t) S_{1\tau\Omega}(t) dt}, \quad (2)$$

gdzie N_0 jest gęstością widmową mocy szumów, a C_1 — stałą wybraną tak, by

$$\int \int \int P(S_{K\tau\Omega}/R) dK d\tau d\Omega = 1. \quad (3)$$

Z równania (2) widać, że najprostszą funkcją rozkładu jest

$$q_1(\tau, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t) S_{1\tau\Omega}(t) dt. \quad (4)$$

Jak widać, niezbędne przekształcenie sygnału wejściowego sprowadza się do obliczenia całek iloczynu $R(t) S_{1\tau\Omega}(t)$ dla wszystkich możliwych parametrów τ i Ω . Uwzględnienie różnych możliwych wartości parametru τ nie jest potrzebne, co uważać należy za okoliczność bardzo korzystną. W przeciwnym przypadku optymalne urządzenie odbiorcze musiałoby bliczać bardziej skomplikowany rozkład trójwymiarowy, a użytkownik orzysać z mniej przejrzystego zobrazowania, nawet przy braku zainteresowania samym parametrem K .

W dotychczasowych rozważaniach nie stawiano żadnych ograniczeń o do kształtu funkcji $R(t)$ i $S_{K\tau\Omega}(t)$; wiadomo jednak, że w praktyce

są to modulowane przebiegi wielkiej częstotliwości, przy czym częstotliwości modulacyjne są małe w stosunku do częstotliwości nośnej:

$$S_{K\tau\Omega}(t) = K \operatorname{Re}[s(t - \tau)e^{j(\omega + \Omega)(t - \tau)}] = K \operatorname{Re}[\sigma_{\tau\Omega}(t)],$$

$$R(t) = \operatorname{Re}[r(\Omega, t)e^{j(\omega + \Omega)t}] = \operatorname{Re}[\varrho(t)], \quad (5)$$

gdzie:

$s(t - \tau)$ — przy modulacji amplitudy — obwiednia sygnału echa o założonym opóźnieniu τ ; przy równoczesnej modulacji częstotliwości $s(t)$ jest zespoloną funkcją modulującą przebieg nośny,

ω — częstotliwość nośna sygnału sondującego,

$r(\Omega, t)$ — zespolona funkcja czasu, której wartość rzeczywista reprezentuje $R(t)$ po obniżeniu częstotliwości o $\omega + \Omega$.

Gdy $R(t)$ zawiera, obok szumów, sygnał echa o parametrach K_0, τ_0, Ω_0 to dwuwymiarowa funkcja $q_1(\tau, \Omega)$ osiąga maksimum w pobliżu $\tau = \tau_0$ oraz $\Omega = \Omega_0$, z tym jednak, że częstotliwość nośna sygnału echa nadaje rozkładowi $q_1(\tau)$, a tym samym $P(S_{K\tau\Omega}/R)$ charakter oscylacyjny. Dla uniknięcia efektu wieloznaczności można w sposób, jak to uczynił Woodward ([10] str. 97) uśrednić $P(S_{K\tau\Omega}/R)$ ze względu na τ w zakresie każdego okresu oscylacji. W rezultacie uśrednienia wzór na rozkład prawdopodobieństwa *a posteriori* przybiera postać:

$$\bar{P}(S_{K\tau\Omega}/R) = C P_0(S_{K\tau\Omega}) e^{-\frac{K^2}{2N_0}} I_0 \left[\frac{K Q(\tau, \Omega)}{N_0} \right], \quad (6)$$

gdzie

$$q(\tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \varrho^*(t) \sigma_{\tau\Omega}(t) dt \right|, \quad (7)$$

oznaczenia $\varrho(t)$ i $\sigma_{\tau\Omega}(t)$ określone są wzorem (5), a $I_0(x)$ jest zmodyfikowaną funkcją Bessela.

$P(S_{K\tau\Omega}/R)$ jest monotoniczną funkcją I_0 , I_0 natomiast jest monotoniczną funkcją q , obliczenie więc zmodyfikowanej funkcji rozkładu $q(\tau, \Omega)$ ma tutaj analogiczne znaczenie jak obliczenie $q_1(\tau, \Omega)$ we wzorze (1) a układ realizujący (7) jest w omawianym uprzednio sensie idealny.

Uśrednianie rozkładu *a posteriori* w zakresie τ , odpowiadającym określonej częstotliwości nośnej, może budzić skojarzenia z problematyką detekcji koherentnej i niekoherentnej. Poświęćmy kilka słów tej sprawie. Obliczając $\bar{P}(S_{K\tau\Omega}/R)$ według wzoru (6) oraz określonych wzorem (1) założeń odnośnie $S_{K\tau\Omega}$, przyjmujemy znajomość kształtu obwiedni sygnału echa $s(t)$ oraz postulujemy istnienie apriorycznego rozkładu prawdopodobieństwa względem parametrów τ i Ω . W zagadnieniach konstrukcji znajomość tego rozkładu nie jest konieczna i nie jest wykorzystywana, można więc również powiedzieć, że nie jest wykorzystywana.

znajomość fazy przychodzącego sygnału echa¹. Gdzie leży więc zasadnicza różnica między odbiorem idealnym i konwencjonalnym odbiorem niekoherentnym?

Otóż w omawianym systemie idealnym nie zakłada się wprowadzenia dokładnej znajomości częstotliwości sygnału, ale postuluje się jej istnienie w odniesieniu do całego ciągu sygnałowego. Nieznajomość fazy odnosi się również do całego sygnału $S(t)$. Tymczasem w systemie konwencjonalnym ściśle o częstotliwości całego ciągu sygnałowego nie może być mowy, bowiem dopuszcza się tam nieznajomość fazy nośnej w każdym impulsie oddzielnie. Przy braku jakiejkolwiek współzależności faz poszczególnych części sygnału nie można oczywiście operować sygnałem jako całością, natomiast detekcja każdego impulsu oddzielnie i całkowanie po detekcji prowadzi do znanych powszechnie [2] tzw. strat całkowania. Uśrednianie za okres częstotliwości nośnej, prowadzące do wzoru (6) odnosiło się do rozkładu prawdopodobieństwa parametrów sygnału jako całości i nie ma nic wspólnego z uśrednianiem samego sygnału względem czasu, czy też znajdowaniem jego obwiedni.

Ponieważ z praktycznego punktu widzenia właśnie perspektywa eliminacji strat całkowania jest uzasadnieniem celowości poszukiwań układów pracujących zgodnie z równaniem (7), spróbujmy zająć się bliżej tym zagadnieniem. Przede wszystkim zastanówmy się, czy wolno nam zakładać, że sygnał echa jako całość charakteryzuje się pewną częstotliwością nośną, czy na przykład w przypadku modulacji impulsowej można praktycznie zapewnić postać sygnału echa określoną wzorem (5). Otóż jeśli przyjąć, że czas trwania ciągu sygnałowego jest dostatecznie krótki by dopuszczalnym było założenie stałości radialnej szybkości wykrywanego obiektu, to łatwo widać, że realizacja sygnału z modulacją impulsową spełniającego (5) wymaga bardzo stabilnego generatora częstotliwości nośnej, którego napięcie podawane by było na impulsowo modulowany, nadawczy wzmacniacz mocy, bądź też stabilnego oscylatora lokalnego synchronizowanego impulsami nadajnika. Obie metody są od dawna stosowane w praktyce i nie przedstawiają zasadniczego problemu.

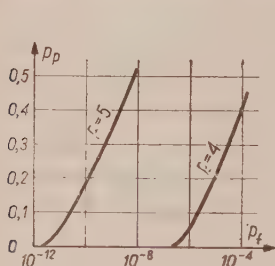
Korzystając z publikowanych rezultatów obliczeń [2] [5] oszacujemy jeszcze spodziewany zysk na wykrywalności przy postępowaniu zgodnie z teorią, w porównaniu z odbiorem konwencjonalnym. Jeśli na początek założymy proste warunki wykrywania określone takim rozkładem *a priori*, że możliwe jest tylko powstanie sygnału echa o danych parametrach K_1 , τ_1 , Ω_1 lub też jego nieobecność, to również rozkład *a posteriori* $P(S_{K\tau\Omega}/R$

¹ We wzorze (5) przyjęto, że dla $\tau = 0$ faza sygnału echa równa się zeru. Przyjęcie to nie jest ograniczeniem ogólności bowiem sama nieznajomość τ prowadzi do dowolności fazy.

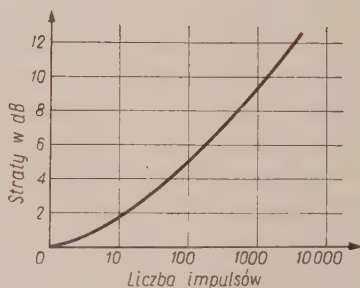
redukuje się do dwóch wartości liczbowych $P(S_K, \tau, \Omega, R)$ i $P(S_{000}/R)$, proces zaś decyzji — do porównania tych liczb z pewną wartością graniczną P_{gr} (lub odpowiedników z wartością q_{gr}).

Stochastyczny charakter analizowanych sygnałów powoduje, że w poszczególnych realizacjach ich odbioru i przy ustalonej wartości granicznej P_{gr} , mogą być popełnione błędy decyzji, a mianowicie: I — błąd uznania samych szumów za sygnał echa, nazywany dalej fałszywym alarmem oraz II — błąd przeoczenia sygnału echa. Istotnym rezultatem wykorzystywanej teorii jest udowodnienie, że w omawianym prostym przypadku prawdopodobieństwo fałszywego alarmu P_f oraz prawdopodobieństwo przeoczenia sygnału echa P_p zależą łącznie tylko od stosunku całkowitej energii sygnału echa do gęstości widmowej szumów $E = \frac{E_s}{N_0}$

(rys. 1). Istotna jest tutaj całkowita niezależność od kształtu sygnału. Warunki wykrywalności powstają więc w idealnym odbiorniku takie same przy koncentracji energii w jednym impulsie, jak przy roz-



Rys. 1. Ilustracja optymalnej współzależności P_f , P_p i E przy prostych warunkach wykrywania.



Rys. 2. Krzywa strat całkowania.

biciu na dowolnie długi ciąg impulsów. Tymczasem wiadomo, że w systemie konwencjonalnym rozbiecie energii na szereg impulsów prowadzi do strat całkowania, uwidocznionych na podstawie artykułu Halla [2] na rys. 2.

Podana na rysunku krzywa nie może być jednak uważana za ścisłą miarę spodziewanych zysków, przy przejściu z konwencjonalnego na idealny system odbioru. Na razie nie mamy bowiem podstaw do uogólnienia rezultatów wyidealizowanego, krańcowo prostego przypadku, na przypadki spotykane w praktyce. Przede wszystkim nie znana jest w zasadzie szybkość obiektu, a zatem przy odbiorze idealnym istnieje konieczność obliczania $q(\tau, \Omega)$ dla różnych możliwych wartości Ω . Jednakże dla wszystkich fałszywych hipotez ustalenie q_{gr} stwarza możliwość wystąpienia fałszywego alarmu. Aby P_f utrzymać na ustalonym przed-

nio poziomie, należy teraz podnieść wartość q_{gr} , co znów prowadzi do zwiększenia się prawdopodobieństwa przeoczenia sygnału P_p . W konsekwencji więc zwiększenia się ilości porównywanych hipotez pogorszyły się warunki wykrywalności i dla zachowania P_f i P_p musimy operować zwiększoną energią sygnału echa.

Przy odbiorze konwencjonalnym operujemy obwiedniami poszczególnych impulsów, a ponieważ doplerowskie przesunięcie częstotliwości praktycznie na obwiednią nie wpływa, nieznajomość szybkości wykrywanego obiektu nie pogarsza warunków wykrywalności.

Dokładne liczbowe obliczenie względnej straty, jaką należałoby zapisać na konto systemu idealnego, nie jest proste. Z jednej strony samo zagadnienie warunków dopuszczalności i konsekwencji zastąpienia ciągłego rozkładu *a posteriori* ziarnistym rozkładem prawdopodobieństw prawdziwości konkretnych hipotez stanowi poważny problem matematyczny (w ogólnym ujęciu omawiany m. in. w cytowanej już pracy J. Seidlera), z drugiej natomiast, rezultaty obliczeń zależą od przyjętych zasad decydowania. Opierając się jednak na przykładowych obliczeniach Sieberta [5] możemy przyjmować, że omawiana wyżej strata wykrywalności w systemie idealnym, nazwijmy ją stratą przeszukiwania w częstotliwości, nie przekracza w praktyce 1—1,5 dB.

Ustosunkowując się do założeń krzywej strat całkowania należałoby jeszcze rozpatrzeć skutki nieznajomości τ . Ponieważ jednak ujemnych skutków trzeba się tu spodziewać zarówno w systemie idealnym, jak i konwencjonalnym możemy w pierwszym przybliżeniu zamknąć bilans porównawczy następująco: przy pracy z modulacją impulsową teoretyczna przewaga w wykrywalności systemu idealnego nad konwencjonalnym jest rosnącą funkcją ilości odbieranych impulsów, przy czym uwzględniając straty przeszukiwania w częstotliwości dla $N=10\ 000$ przewaga ta przekracza 10 dB.

Na zakończenie uwag ogólnych warto jeszcze podkreślić zbieżność, wyrażonych wzorami (4) i (7), rezultatów teorii Woodwarda z omawianymi w literaturze (np. [1]) zasadami odbioru korelacyjnego.

3. ROZSZERZENIE ZAŁOŻEŃ TEORII WYKRYWANIA

Zarówno Woodward, jak i Siebert pomijali w pracach swych problem określenia kątowych współrzędnych obiektu. Mając na uwadze przejrzystość wykładu na temat podstawowych koncepcji teorii unikali oni komplikowania wzorów uwzględnieniem nowych parametrów sygnału. Gdy jednak chcemy przedyskutować możliwości praktycznych rozwiązań układowych i interesujemy się zadaniami typowej stacji ostrzegawczej o antenie wirującej w płaszczyźnie poziomej, to niezbędne się

staje uwzględnienie zależności przebiegu sygnału echa od azymutu obiektu.

Model sygnału echa przedstawiony równaniem (5) uwzględnia możliwość różnych opóźnień i różnych częstotliwości w stosunku do sygnału sondującego. Wirowanie anteny powoduje, że sygnał echa uzyskuje dodatkową modulację, związaną z kształtem dwustronnej charakterystyki promieniowania, oznaczanej dalej $g(t)$ oraz z aktualnym azymutem wykrywanego obiektu β .

Jeśli sygnał nadawany oznaczymy symbolem

$$U(t) = u(t)e^{j\omega t},$$

to sygnał echa od obiektu na azymucie β , odległości powodującej opóźnienie τ i o szybkości dającej przesunięcie częstotliwości Ω zapisujemy

$$S_{K\tau\Omega\beta}(t) = K\text{Re}[\sigma_{\beta\tau\Omega}(t)] = K\text{Re}[g(t - t_\beta)u(t - \tau)e^{j(\omega + \Omega)(t - \tau)}], \quad (8)$$

gdzie t_β oznacza moment mijania azymutu β przez wirującą charakterystykę antenową. W przypadku modulacji amplitudy $u(t)$ jest obwiednią sygnału nadawanego, natomiast

$$s_{\beta\tau}(t) = g(t - t_\beta)u(t - \tau) \quad (9)$$

jest obwiednią sygnału echa.

Łatwo spostrzec, że podane w rozdz. 2 uzasadnienie celowości ograniczenia funkcji odbiornika do obliczania q jest teraz równie aktualne, z tym tylko, że poszukiwana funkcja rozkładu wypada obecnie trójwymiarowa

$$q(\beta, \tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \sigma_{\beta\tau\Omega}(t) dt \right|, \quad (10)$$

Wprowadzając odpowiednie podstawienia na podstawie wzorów (5), (8) i (9)

$$q(\beta, \tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r^*(\Omega, t) e^{-j(\omega + \Omega)t} s_{\beta\tau}(t) e^{j(\omega + \Omega)(t - \tau)} dt \right|. \quad (11)$$

Wyrażenie na funkcję rozkładu $q(\beta, \tau, \Omega)$ upraszcza się przez pominięcie w funkcji podcałkowej nie wpływających na rezultat, niezależnych od czasu kątów fazowych. Ostatecznie więc

$$\begin{aligned} q(\beta, \tau, \Omega) &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} r^*(\Omega, t) s_{\beta\tau}(t) dt \right| = \\ &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} r^*(\Omega, t) g(t - t_\beta) u(t - \tau) dt \right|. \end{aligned} \quad (12)$$

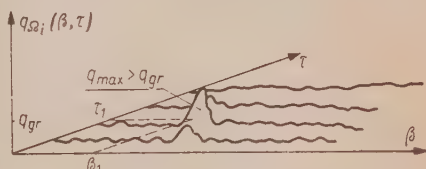
4. METODY ANALIZOWANIA PRZESTRZENI PARAMETRÓW

Przechodząc do praktycznych zagadnień obliczania $q(\beta, \tau, \Omega)$ przez układ przekształcania widzimy ze wzoru (12), że dla dowolnej trójki ustalonych parametrów $\Omega = \Omega_1, \beta = \beta_1$ i $\tau = \tau_1$ $q(\beta_1, \tau_1, \Omega_1)$ określone jest stosunkowo prostym wzorem. Podstawowych trudności spodziewać się należy w związku z potrzebą obliczania q dla bardzo licznych trójek parametrów.

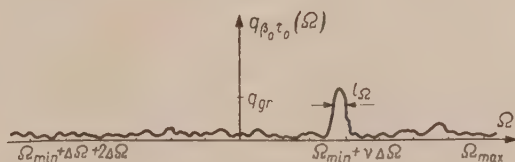
Według jakiej metody analizować przestrzeń parametrów sygnału, jak wybierać punkty podstawiane do obliczeń q , to jeden z pierwszych praktycznych problemów.

Dla konkretnej realizacji $R(t)$ procesu stochastycznego $\{R(t)\}$ możemy przyjmować, że przy pewnych założeniach odnośnie kształtu sygnału,

funkcja q od dwóch parametrów, przy ustaleniu trzeciego, będzie mieć przebieg jak na rys. 3. Jeśli $q(\beta_1, \tau_1, \Omega_i)$ przekracza pewne q_{gr} , to istnieje podstawa decyzji o egzystencji sygnału $S_{\beta_1, \tau_1, \Omega_i}$, przy czym prawdziwe wartości $\beta = \beta_0, \tau = \tau_0$ znajdują się w pobliżu β_1 i τ_1 . Wykazane na rysunku możliwości wykrycia sygnału zawdzięczamy właściwemu przyjęciu $\Omega = \Omega_i$ zbliżonemu do prawdziwej wartości $\Omega = \Omega_0$. Jak ilustruje rys. 4, podstawianie do obliczeń dyskretnych wielkości $\Omega_1, \Omega_2 \dots \dots \Omega_{N_\Omega}$ o dużych odstępach $\Delta\Omega = \Omega_k - \Omega_{k-1}$ może prowadzić do przeoczenia sygnału echa.



Rys. 3. Charakter rozkładu q przy ustalonej wartości jednego z parametrów.



Rys. 4. Charakter rozkładu q przy ustalonych wartościach dwu parametrów.

By uniknąć istotnych strat na wykrywalności sygnału, odstęp $\Delta\Omega$ muszą być znacznie mniejsze od zaznaczonej na rysunku szerokości wyskoku l_Ω funkcji $q_{\beta_0, \tau_0}(\Omega)$ ². Obliczenie l_Ω podobnie zresztą jak analogicznie określonych szerokości wyskoków l_β i l_τ funkcji $q_{\tau, \Omega_0}(\beta)$ i $q_{\beta, \Omega_0}(\tau)$ wymaga bliższych założeń co do kształtu sygnału zdeterminowanego funkcjami $g(t)$ i $u(t)$.

² Ustalone parametry funkcji q zaznaczone są jako indeksy:

$$q_{\beta_0, \tau_0}(\Omega) = q(\beta_0, \tau_0, \Omega).$$

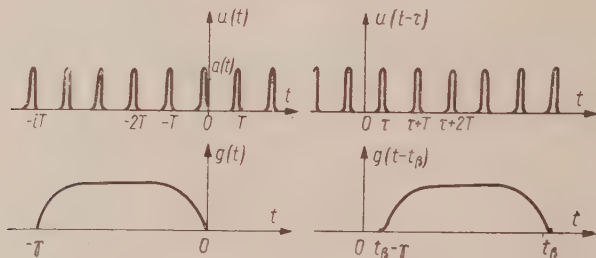
Dla ilustracji rozważań przyjmijmy konkretny rodzaj modulacji, typowej dla radiolokatorów impulsowych, gdzie

$$u(t) = \sum_i a(t - iT), \quad i = 0, -1, +1, -2, +2, \dots, \quad (13)$$

$a(t)$ zaś jest obwiednią pojedynczego impulsu. Na rys. 5 zilustrowano wykorzystywane parametry, a w szczególności szerokość impulsu a i długość ciągu impulsów γ . Rozwijając zgodnie z przyjętym określeniem występującą we wzorze (12) funkcję $r^*(\Omega, t)$ otrzymujemy

$$r^*(\Omega, t) = n^*(t) + K_0 g(t - t_{\beta}) u(t - \tau_0) e^{j[(\Omega - \Omega_0)t + \varphi]}, \quad (14)$$

gdzie φ jest niezależnym od czasu kątem fazowym, a $n(t)$ — realizacją procesu szumowego po obniżeniu częstotliwości, zapisaną w formie zespolonej.



Rys. 5. Kształt przebiegów charakteryzujących obwiednią sygnału echa przy modulacji impulsowej.

Przyjrzyjmy się teraz kształtowi funkcji $q_{\beta, \tau}(\Omega)$ w pobliżu Ω_0 .

$$q_{\beta, \tau}(\Omega) = \int_{t_{\beta_0} - \gamma}^{t_{\beta_0}} n^*(t) s_{\beta, \tau}(t) dt + \int_{t_{\beta_0} - \gamma}^{t_{\beta_0}} K_0 s_{\beta, \tau_0}(t) s_{\beta, \tau_0}(t) e^{j(\Omega - \Omega_0)t} dt. \quad (15)$$

Dla Ω bliskiego Ω_0 oraz przy K_0 dostatecznie dużym, zapewniającym niezawodne wykrycie, efekt szumów reprezentowany pierwszą całką jest do pominięcia w porównaniu do całki drugiej. Z postaci drugiego składnika widać, że szerokość wysoku funkcji $q_{\beta, \tau}(\Omega)$ zdeterminowana jest długością ciągu sygnałowego γ . Szacując z gruba dopuszczalne odstępstwa częstotliwości $\Delta\Omega$ założmy, że w przedziale $(t_{\beta_0} - \gamma, t_{\beta_0})$ funkcja $s_{\beta, \tau_0}(t) = \text{const}$ oraz zażądajmy by $q_{\beta, \tau_0}(\Omega_0 + \frac{\Delta\Omega}{2})$ nie było mniejsze od $0,9 q_{\beta, \tau_0}(\Omega_0)$. Pomijając efekt szumów otrzymamy na podstawie równania (15) następującą nierówność:

$$\left| \int_{t_{\beta_0}}^{t_{\beta_1}} e^{j \frac{\Delta \Omega}{2} t} dt \right| \geq 0,9 \gamma, \quad (16)$$

skąd

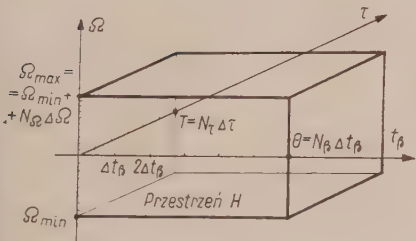
$$\frac{2\sqrt{2}}{\Delta \Omega} \sqrt{1 - \cos \frac{\Delta \Omega}{2} \gamma} \geq 0,9 \gamma. \quad (17)$$

Łatwo obliczyć, że przyjęte żądanie ograniczające dopuszczalny w punkcie analizowania spadek amplitudy wysokości do około 0,1 prowadzi do warunku

$$\Delta \Omega \leq \frac{\pi}{\gamma}$$

lub

$$\frac{1}{2\pi} \Delta \Omega = \Delta F \leq \frac{1}{2\gamma}. \quad (18)$$



Rys. 6. Przestrzeń możliwych parametrów sygnału echa.

W zbliżony sposób, mając na uwadze zgrubne jedynie oszacowanie niezbędnych odstępów $\Delta \tau$ i Δt_{β} , możemy uzasadnić warunki:

$$|\tau| \leq \frac{a}{2}, \quad (19)$$

$$\Delta t_{\beta} \leq \frac{\gamma}{2}.$$

Uwzględnienie grzebieniowej struktury $S_{\beta, \tau}(t)$ w równaniu (15) nie wpływa na warunek (18), wskazuje jednak, że przedstawiony na rys. 4 obraz przebiegu $q(\Omega)$ nie jest pełny. Obok wysokości na częstotliwości $\Omega = \Omega_0$ liczyć się tu należy z okresowym występowaniem wyskoków w odstępach $\frac{1}{2\pi T}$. Podobne efekty prowadzące do wieloznaczności występują w rozkładach q względem τ i t_{β} . Przyjmujemy, że wieloznaczność parametrów Ω i τ może być wyeliminowana odpowiednim rozkładem prawdopodobieństwa *a priori*, opartym o realną ocenę możliwych szybkości i odległości wykrywanych obiektów. Wieloznaczność t może być wyeliminowana na drodze określenia obwiedni wyskoków.

W oparciu o (18) i (19) możemy teraz znaleźć niezbędną liczbę N obliczanych wartości $q(\beta, \tau, \Omega)$ w czasie jednego pełnego obrotu anteny, przy założeniu punktowej metody analizowania przestrzeni parametrowej, nazywanej dalej przestrzenią H . Przyjmując ograniczenia *a priori* możliwych wartości parametrów (rys. 6)

W oparciu o (18) i (19) możemy teraz znaleźć niezbędną liczbę N obliczanych wartości $q(\beta, \tau, \Omega)$ w czasie jednego pełnego obrotu anteny, przy założeniu punktowej metody analizowania przestrzeni parametrowej, nazywanej dalej przestrzenią H . Przyjmując ograniczenia *a priori* możliwych wartości parametrów (rys. 6)

$$0 < \tau \leq T, \quad 0 < t_{\beta} < \frac{2\pi}{d\beta/dt} = \Theta, \quad \frac{2\nu_{\min}}{\lambda} < 2\pi\Omega < \frac{2\nu_{\max}}{\lambda} = F_{\max}, \quad (20)$$

gdzie: $\frac{d\beta}{dt}$ — kątowna szybkość anteny,
 V_{\min} — minimalna spodziewana szybkość obiektu,
 V_{\max} — maksymalna spodziewana szybkość obiektu,
 λ — długość fali,

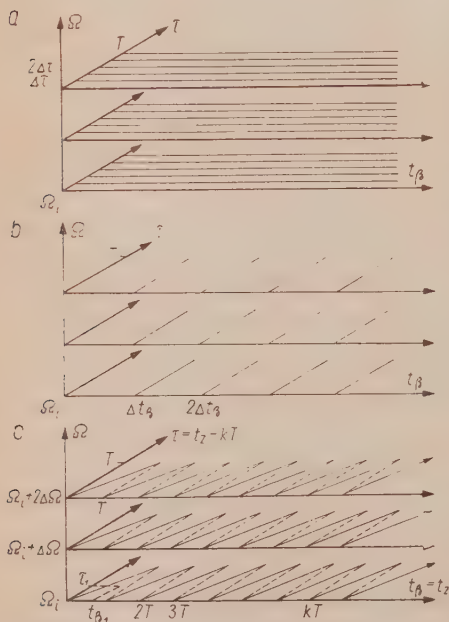
znajdujemy

$$N = N_{\tau} \cdot N_{\beta} \cdot N_{\Omega} = \frac{2T}{\alpha} \cdot \frac{2\Theta}{\gamma} \cdot 4F_{\max} \gamma = \frac{16T\Theta F_{\max}}{\alpha} \quad (21)$$

Sprawdźmy rząd wielkości N podstawiając spotykane w praktyce wartości:

$$T = 2 \cdot 10^{-3} \text{ sek}; \Theta = 20 \text{ sek}; F_{\max} = 1000 \text{ Hz}; \alpha = 2 \cdot 10^{-6} \text{ sek}.$$

W rezultacie otrzymujemy wymaganie: $N = 3,2 \cdot 10^8$ przeliczeń w ciągu 20 sekund. Dla zbliżonych warunków poszukiwanie układów realizujących obliczanie $q(\beta, \tau, \Omega)$ metodą punktowego podstawiania wartości β, τ, Ω wydaje się niecelowe.



Rys. 7. Metody liniowego analizowania parametrów a) metoda ustalonej odległości, b) metoda ustalonego azymutu, c) metoda zastępczego parametru.

Uwzględniając fakt, że dwa z interesujących nas parametrów odpowiadają przesunięciom pewnych charakterystyk sygnału w czasie, rozpatrzmy możliwość obliczania q dla różnych β i τ w sposób ciągły, synchroniczny z upływem czasu. Zdaniem autora celowe jest tu przeanalizowanie trzech metod zilustrowanych wykresami na rys. 7. Zasady analizy w metodzie ustalonej odległości i ustalonego azymutu wynikają bezpośrednio z nazwy i z wykresów rys. 7a i 7b. W metodzie zastępczego parametru zakłada się równoległą zmianę t_{β} i τ w sposób synchroniczny z czasem. Problem apriorycznego ograniczenia τ do wartości mniejszych od T rozwiązuje się dzięki periodyczności funkcji $u(t)$. Podstawienie do obliczeń q obwiedni sygnału echa $s_{\beta\tau}(t)$ spełniające warunek

$$s_{\beta\tau}(t) = s_z(t - t_z) = g(t - t_z)u(t - t_z), \quad (2)$$

gdzie t_z jest zastępczym parametrem, równoważne jest podstawieniu

$$S_{\beta t}(t) = s_z(t - t_z) = g(t - t_z)u[t - (t_z - kT)], \quad (23)$$

przy czym k jest liczbą naturalną, zmienianą skokowo w taki sposób, aby $0 \leq t_z - kT \leq T$. Miejsce geometryczne punktów przestrzeni H spełniających związki

$$\begin{aligned} t_{\beta} &= t_z, \\ \tau &= t_z - kT \end{aligned} \quad (24)$$

ilustruje 7c. Wprowadzenie powyższego związku pomiędzy parametrami t_{β} i τ redukuje trójwymiarową przestrzeń H do płaszczyzny parametrów Ω i t_z . Prowadzące do takiej redukcji pominięcie większości punktów H , takich jak na przykład $t_{\beta 1}, \tau_1, \Omega_i$ nie powoduje istotnych strat wykrywania, jeśli tylko odległości do najbliższych punktów leżących na liniach analizowania spełniają warunki (18) i (19). Realizacja dalszej redukcji wymiarów lub innej redukcji uzależniającej Ω od t_{β} i τ nie wydaje się bezpośrednio możliwa, bowiem uzależnienie Ω od czasu nie pozwoliłoby przy wyprowadzeniu wzoru (12) na pominięcie wyrazów typu $e^{j\Omega t}$.

5. BLOKOWE SCHEMATY UKŁADÓW WYKRYWANIA

Przechodząc do rozważenia praktycznych możliwości realizacji optymalnych stopni przekształcania sygnału $R(t)$ poszukiwać będziemy układów obliczających $q(\beta, \tau, \Omega)$ zgodnie z wzorem (12), przy czym sposób wyboru parametrów podstawianych do obliczeń niech dla trzech różnych wariantów ilustruje rys. 7a, 7b i 7c. Sposób modulacji rozpatrywanych niżej sygnałów echa niechaj ilustruje rys. 5.

5.1. Układ bramkowania w odległości

Rozpatrując ilustrowaną rysunkiem 7a metodę analizowania z ustaloną odległością widzimy, że dla każdej linii analizowania prowadzić należy obliczenia q przy zmieniającym się w sposób ciągły parametrze β i ustalonych dwóch pozostałych parametrach,

$$q_{\tau, \Omega_j}(\beta) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r^*(\Omega_j, t) g(t - t_{\beta}) u(t - \tau_i) dt \right|. \quad (25)$$

W wyrażeniu

$$r(\Omega_j, t) = \mathbf{Re}[r(\Omega_j, t)] + j\mathbf{Im}[r(\Omega_j, t)] \quad (26)$$

możemy przyjmować, że $\mathbf{Re}[r(\Omega_j, t)]$ opisuje przebieg wejściowy po obniżeniu częstotliwości o $\omega + \Omega_j$, natomiast $\mathbf{Im}[r(\Omega_j, t)]$ opisuje ten sam

przebieg przy dodatkowym przesunięciu fazy o $\pi/2$. Wprowadzając oznaczenia

$$\operatorname{Re}[r(\Omega_j, t)] = r_{\Omega_j, 0}(t) \quad (27)$$

oraz

$$\operatorname{Im}[r(\Omega_j, t)] = r_{\Omega_j, \pi/2}(t)$$

otrzymujemy po podstawieniu do wzoru (25)

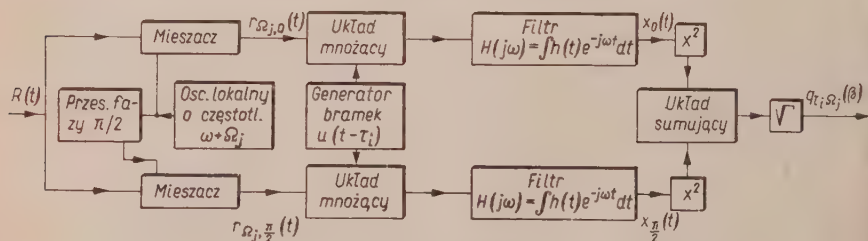
$$q_{\tau_i \Omega_j}(\beta) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r_{\Omega_j, 0}(t) u(t - \tau_i) g(t - t_\beta) dt + j \int_{-\infty}^{\infty} r_{\Omega_j, \pi/2}(t) u(t - \tau_i) g(t - t_\beta) dt \right|. \quad (28)$$

Uwzględniając, zgodnie z rys. 5, że $g(t - t_\beta)$ różni się od zera tylko w przedziale $(t_\beta - \gamma, t_\beta)$ i przedstawiając moduł jako pierwiastek z sumy kwadratów części rzeczywistej i urojonej dochodzimy do wyrażenia

$$q_{\tau_i \Omega_j}(\beta) = \sqrt{\left[\int_{t_\beta - \gamma}^{t_\beta} r_{\Omega_j, 0}(t) u(t - \tau_i) g(t - t_\beta) dt \right]^2 + \left[\int_{t_\beta - \gamma}^{t_\beta} r_{\Omega_j, \pi/2}(t) u(t - \tau_i) g(t - t_\beta) dt \right]^2}. \quad (29)$$

Przedstawiona postać poszukiwanej funkcji $q_{\tau_i \Omega_j}(\beta)$ wskazuje wyraźnie kolejność i charakter operacji jakim należy poddać sygnał wejściowy. Korzystając z takiego przyjęcia początku współrzędnej czasu, że $g(t) = 0$ dla $t > 0$ (rys. 5) możemy teraz funkcję $g(t)$, oznaczaną dalej $h(t)$, traktować jako odpowiedź fizycznie realizowalnego filtra na impuls jednostkowy, a występujące we wzorze całki — jako wyjścia takiego filtra w momencie $t = t$ gdy na wejście przyłożony jest sygnał $r_{\Omega_j, 0}(t) u(t - \tau_i)$ lub $r_{\Omega_j, \pi/2}(t) u(t - \tau_i)$.

Przyjmując zmianę parametru t_β w sposób synchroniczny z upływem czasu znajdujemy, że funkcję $q_{\tau_i \Omega_j}(\beta)$ można otrzymać na drodze przekształcenia sygnału wejściowego w układzie podanym na rys. 8.



Rys. 8. Jeden z kanałów (τ_i, Ω_j) układu bramkowania w odległości.

Zasadniczym ograniczeniem użyteczności tego rozwiązania wydaje się być konieczność prowadzenia równoległych obliczeń dla bardzo licz-

nych wartości parametrów τ i β . W sposób analogiczny do wyprowadzenia wzoru (21) można znaleźć potrzebną ilość kanałów obliczenia $q(\beta)$

$$N_a = N_\tau N_\Omega = \frac{8TF_{\max}\gamma}{\alpha} \quad (30)$$

Podstawiając spotykane w praktyce wartości liczbowe: $T = 2 \cdot 10^{-3}$ sek, $F_{\max} = 1000$ Hz, $\gamma = 0,5$ sek, $\alpha = 2 \cdot 10^{-6}$ sek, znajdujemy liczbową wartość $N_a = 4 \cdot 10^6$ jako ilustrację wchodzącego w rachubę rzędu wielkości.

Obok omówionego wyżej układu, obliczającego moduł zespolonej funkcji od t_β jako pierwiastek z sumy kwadratów, do pomyslenia jest rozwiązanie, w którym moduł występujący w równaniu (25) oblicza się jako amplitudę drgań na wyjściu filtra rezonansowego. W tym wypadku dwukrotnie zmniejsza się ilość stosowanych w układzie filtrów $H(j\omega)$, jednak sama konstrukcja filtrów rezonansowych może być trudniejsza od filtrów dolnoprzepustowych.

5.2. Układ bramkowania w azymucie

Wychodząc z metody analizowania przedstawionej na rys. 7b poszukujemy układu obliczającego q , przy zmieniającym się w sposób ciągły parametrze τ oraz ustalonych parametrach $\beta = \beta_i$ i $\Omega = \Omega_j$. Zapis funkcji $q(\beta_i\tau, \Omega_j) = q_{\beta_i\Omega_j}(\tau)$ analogiczny do wzoru (29)

$$q_{\beta_i\Omega_j}(\tau) = \sqrt{\left\{ \int_{t_{\beta_i}-\gamma}^{t_{\beta_i}} r_{\Omega_j, 0}(t)g(t-t_{\beta_i})u(t-\tau)dt \right\}^2 + \left\{ \int_{t_{\beta_i}-\gamma}^{t_{\beta_i}} r_{\Omega_j, 2}(t)g(t-t_{\beta_i})u(t-\tau)dt \right\}^2} \quad (31)$$

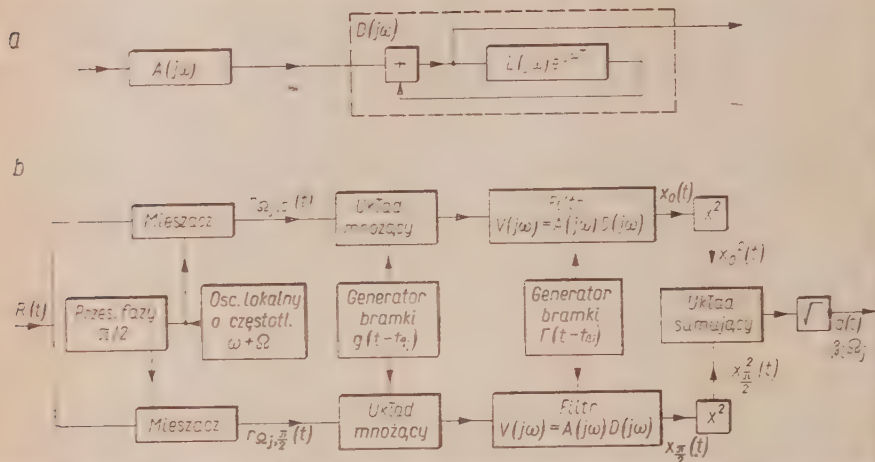
wskazuje zadania poszczególnych części układu przekształcania. Obliczeniu każdej z występujących wyżej całek odpowiada przepuszczenie $r_{\Omega_j, 0}(t)g(t-t_{\beta_i})$ lub $r_{\Omega_j, 2}(t)g(t-t_{\beta_i})$ przez filtr liniowy o odpowiedzi na impuls jednostkowy $v(t)$, przy czym $v(t) = u(-t)$.

Powstaje problem fizycznej realizowalności takiego filtra. $v(t)$ powinno być równe zero dla $t < 0$, tzn. $u(t) = 0$ dla $t > 0$. Wprowadzenie takiego dodatkowego warunku do przedstawionego na rys. 5 przebiegu $u(t)$ nie wpłynie w niczym na rezultat (31) jeśli tylko podstawimy $t_{\beta_i} = 0$. Ponieważ ustalenie początku osi czasu w stosunku do położenia anteny może być dowolne, nic nie stoi na przeszkodzie by w każdym kanale azymutowym liczyć czas do momentu całkowitego przejścia charakterystyki antenowej przez rozpatrywany azymut.

Schemat blokowy układu realizującego przeliczenia (31) przedstawiony jest na rys. 9. W układzie tym przewidziano dodatkowy obwód bramki prostokątnej $\Gamma(t)$ o szerokości γ zabezpieczający możliwość wie-

lokrotnego wykorzystania kanału dla sukcesywnych, dostatecznie od siebie odległych, wartości t_{β_i} .

Funkcje poszczególnych bloków układu wynikają bezpośrednio ze schematu, jedynie zadania filtra $V(j\omega)$ oraz generatora bramki $\Gamma(t-t_{\beta_i})$ wymagają bliższego omówienia. Filtr o funkcji przenoszenia $v(t)$ może być



Rys. 9. Jeden z kanałów (β_i, Ω_j) układu bramkowania w azymucie: a) układ filtra $V(j\omega)$, b) schemat blokowy.

przedstawiony jako szeregowie połączenie członu o przenoszeniu $b(t) = a(-t)$, gdzie znaczenie $a(t)$ ilustruje rys. 5 oraz członu opóźniającego o przenoszeniu $d(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-kT)$. Odpowiednie charakterystyki częstotliwościowe oznaczamy:

$$A(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(-t)e^{-j\omega t} dt,$$

$$D(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d(t)e^{-j\omega t} dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right). \quad (32)$$

W praktyce nie można zrealizować charakterystyki $D(j\omega)$ rozciągającej się do nieskończenia wielkich częstotliwości, a układ 9a można traktować jedynie jako ilustrację jednej z możliwych zasad aproksymacji charakterystyki $D(j\omega)$ i $V(j\omega)$.

Rzeczywiste układy lub linie opóźniające nie spełniają nigdy warunku $L(j\omega) = 1$, można jednak uważać aproksymację za zadowalającą, jeśli w interesującym nas czasie ($t_{\beta_i}, \gamma, t_{\beta_i}$) impuls sygnału, który przejdzie największą ilość razy przez linię opóźniającą (ilość ta równa jest γ/T) ni-

ulegnie istotnym zniekształceniom na skutek ograniczoności jej pasma. Warunek ten można sformułować następująco: amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa $|L(j\omega)| \cdot T$ powinna być znacznie szersza od $A(j\omega)$, lub

$$A(j\omega) |L(j\omega)|^{1/T} \approx A(j\omega). \quad (33)$$

Wynikające stąd wymaganie na szerokość charakterystyki $L(j\omega)$ uważać można za jedną z podstawowych trudności urzeczywistnienia proponowanego układu wykrywania.

Druga trudność wiąże się znów z liczebnością kanałów. Ponieważ zgodnie z (31) filtr przedstawiony na rys. 9a przekształca sygnały tylko w czasie γ sekund, celowe wydaje się wielokrotne jego wykorzystanie w układzie przedstawionym na rys. 9b. Bramki $\Gamma(t)$ służą do uruchomienia filtru na każdy okres pracy. Po upływie T sekund od zakończenia bramki znikają przebiegi zmagazynowane w linii, a zatem przy $T \ll \gamma$ możliwe jest w czasie Θ , odpowiadającym jednemu obrotowi anteny, prawie Θ/γ -krotne wykorzystanie filtru. Niezbędna ilość równoległych kanałów obliczania q wypada wówczas

$$N_b = N_p N_a \frac{\gamma}{\Theta} = 8 F_{\max} \gamma. \quad (34)$$

Dla określenia spodziewanego w praktyce rzędu wielkości przyjmujemy te same co uprzednio wartości liczbowe: $F_{\max} = 1000$ Hz, $\gamma = 0,5$ sek, a stąd $N_b = 4000$. Godna podkreślenia jest tu wielokrotna poprawa w stosunku do metody analizowania punktowego i metody ustalonej odległości.

5.3. Układ bezbramkowy

Chcąc wykorzystać metodę zastępczego parametru (rys. 7c) musimy znaleźć układ obliczający dla każdej wybranej częstotliwości Ω_j :

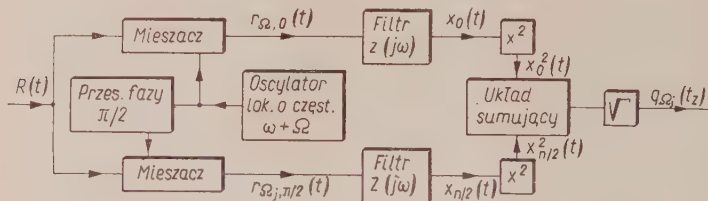
$$q(t_z, \Omega_j) = q_{\Omega_j}(t_z) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r^*(\Omega_j, t) s_z(t - t_z) dt \right|, \quad (35)$$

przy czym znaczenie parametru t_z i funkcji $s_z(t - t_z)$ omówione było w rozdz. 4. Pamiętając, że $s_z(t - t_z) = g(t - t_z) u(t - t_z)$ jest równe zero dla $t > t_z$ możemy funkcję $s_z(-t)$ traktować jako odpowiedź fizycznie realizowalnego filtru na impuls jednostkowy przyłożony w momencie $t = 0$. Przedstawione niżej przekształcenie wynikające z równania (35) może być więc zrealizowane w układzie z rys. 10 nazywanym dalej układem bezbramkowym.

$$q_{\Omega_j}(t_z) = \sqrt{\left\{ \int_{t_z - \gamma}^{t_z} r_{\Omega_j, 0}(t) g(t - t_z) u(t - t_z) dt \right\}^2 + \left\{ \int_{t_z - \gamma}^{t_z} r_{\Omega_j, \frac{\pi}{2}}(t) g(t - t_z) u(t - t_z) dt \right\}^2}. \quad (36)$$

W porównaniu z układem bramkowania w azymucie uzyskuje się tutaj dalszą redukcję ilości kanałów niezbędnych do pełnej analizy przestrzeni H . Zgodnie z przyjętymi uprzednio zasadami ilość kanałów wyraża się tutaj wzorem

$$N_{\Omega} = 4F_{\max} \gamma. \quad (37)$$



Rys. 10. Jeden z kanałów (Ω_j) układu bezbramkowego.

Przy $F_{\max} = 1000$ Hz, $\gamma = 0,5$ sek: $N_{\Omega} = 2000$. Widzimy więc, że dla przyjętych wartości przykładowych uzyskana w stosunku do układu bramkowania w azymucie redukcja ilości kanałów nie jest znaczna. Z drugiej strony filtr o charakterystyce $Z(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_z(-t)e^{-j\omega t} dt$ jest znacznie trudniejszy w realizacji od filtra układu bramkowania w azymucie. Spróbujemy przeanalizować jego strukturę. Mamy

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(-t)u(-t)e^{-j\omega t} dt = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-j\omega kT} \int_{-\infty}^{\infty} g(-t-kT)a(-t)e^{-j\omega t} dt. \end{aligned} \quad (38)$$

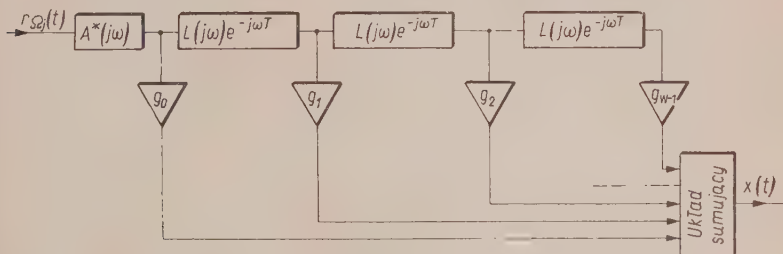
Ponieważ w praktyce przebieg $g(-t)$ jest w stosunku do $a(-t)$ bardzo płaski (rys. 4.3) zapis $Z(j\omega)$ można uprościć, pisząc

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &\sim \sum_{k=0}^{\infty} e^{-j\omega kT} g_k \int_{-\infty}^{\infty} a(-t)e^{-j\omega t} dt = \\ &= \sum_{k=0}^{W-1} e^{-j\omega kT} g_k A^*(j\omega). \end{aligned} \quad (39)$$

Tutaj $g_k = g(-kT)$, natomiast ilość składników różnych od zera jest $W = \sim \gamma/T$.

Blokowy układ filtra opisywanego równaniem (39) przedstawia rys. 11. Przyjęcie charakterystyki pojedynczego członu opóźniającego $L(j\omega)e^{-j\omega T}$ zamiast $e^{-j\omega T}$ podyktowane jest wymaganiami praktycznej realizowalności. Dokładność z jaką układ podany na rys. 11 aproksymuje

charakterystykę $Z(j\omega)$ związana jest z szerokością charakterystyki $L(j\omega)$ i uwarunkowana trudnym do spełnienia równaniem (33). Jeśli uwzględnimy jeszcze, że w pełnym układzie wykrywania o parametrach $F_{\max} = 1000$ Hz, $\gamma = 0,5$ sek, $T = 0,5$ m sek ilość pojedynczych elementów opóźniających wynosi $8 F_{\max}$, $\gamma^2/T = 4 \cdot 10^6$, to jasna staje się zasadnicza trudność realizacji układu pracującego na powyższej zasadzie.



Rys. 11. Układ filtru grzebieniowego o charakterystyce aproksymującej

$$Z(j\omega) \approx \sum_{k=0}^{R-1} e^{j\omega k T} A^*(j\omega).$$

Można by się jeszcze zastanowić czy przyjęty na rys. 11 sposób połączenia elementów opóźniających prowadzi do poszukiwanej charakterystyki w sposób najbardziej ekonomiczny. Otóż w oparciu o teorię filtrów grzebieniowych [3], [7] można stwierdzić, że w innych układach, stosujących ewentualnie sprzężenie zwrotne, nie można zmniejszyć ogólnej ilości elementów opóźniających bez rezygnacji z jakości aproksymacji żądanej charakterystyki filtru.

6. NIEKTÓRE PROPOZYCJE I PROBLEMY SYSTEMOWE

Przedstawione w rozdziale 5 układy wskazują rozwiązania najprostsze ideowo, wynikające bezpośrednio z przyjętych metod analizowania przetwarzania parametrów. Autor pracy, wskazując trudności ich realizacji, najmniej nie chce sugerować poglądu o braku jakichkolwiek perspektyw praktycznego wykorzystania omówionych metod. Zdaniem autora, przedstawienie zasadniczych możliwości analizowania i odpowiadających im układów powinno ułatwić ocenę różnorodnych koncepcji związanych z synteza idealnego odbiornika.

Oryginalna koncepcja układu przekształcania omówiona jest w rozdz. tutaj natomiast podamy kilka uwag i propozycji dotyczących całego radiolokatora. Propozycje te zmierzają do uproszczenia omawianych poprzednio układów.

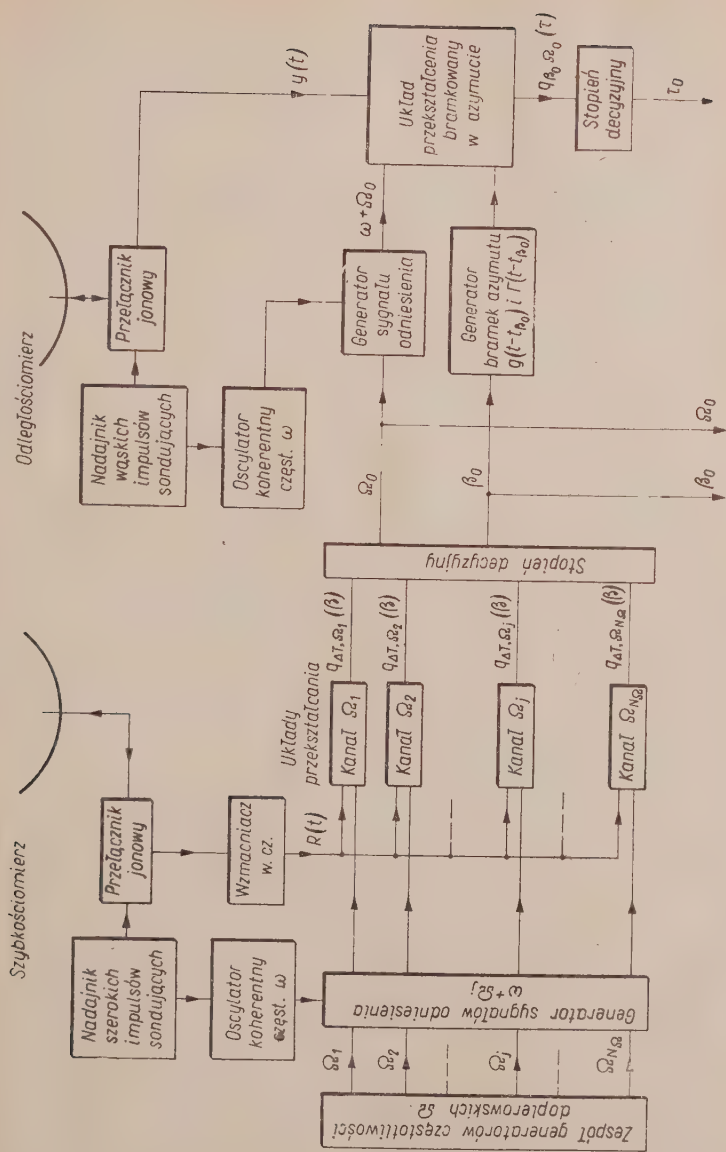
6.1. Możliwości podziału zadań w radiolokatorach wielokanałowych

We wszystkich omawianych wyżej metodach analizy stwierdzono konieczność obliczania rozkładu *a posteriori* dla różnych możliwych doplerowskich przesunięć częstotliwości Ω . Układy obliczające $q_{\Omega_j}(\beta, \tau)$ były w każdym przypadku trudne i skomplikowane. Gdy do dyspozycji stoją dwa urządzenia radiolokacyjne, to możliwy jest podział zadań prowadzący do uproszczenia układów. Niech dla przykładu w jednym z urządzeń obliczany będzie rozkład względem β i Ω , przy braku rozróżnialności w odległości $q_{JT}(\beta, \Omega)$ (JT — szeroki zakres parametru τ związany z dużą szerokością impulsów); w drugim urządzeniu, tylko dla określonej uprzednio częstotliwości Ω_0 , obliczany niech będzie rozkład $q_{\Omega_0}(\beta, \tau)$. W takim systemie dwu urządzeń rozróżnialibyśmy więc szybkościomierz i odległościomierz, przy czym szybkościomierz byłby podstawowym urządzeniem wykrywającym. Odległościomierz musi mieć skomplikowany układ przekształcania sygnałów (np. jak na rys. 9), ale tylko jeden. Szybkościomierz natomiast zawiera $N_{\Omega} = 4 \cdot F_{\max} \cdot \gamma$ kanałów przekształcania, z tym jednak, że każdy z kanałów, dzięki małej rozróżnialności w odległości, jest bardzo prosty. W krańcowym przypadku przyjąć możemy w szybkościomierzu jedną tylko bramkę odległościową, a istotne części dwusystemowego urządzenia przedstawić blokowo jak na rys. 12. Układy przekształcania w szybkościomierzu odpowiadać mogą schematowi blokowemu przedstawionemu na rys. 8, a układ przekształcania bramkowany w azymucie przedstawiony był na rys. 9.

W ogólnym przypadku, zarówno częstotliwości pracy, kształty obwiednich, $g(t)$, oraz charakterystyki ruchu anten mogą być w poszczególnych systemach odmienne. Podaną propozycję rozwiązania traktować należy jako przykład istniejących możliwości. Do pomyślenia są oczywiście różne sposoby podziału zadań i różne układy poszczególnych systemów prowadzące do zmniejszenia podkreślonych w rozdz. 5 trudności. W szczególności w szybkościomierzu zamiast zespołu filtrów przekształcających sygnały o różnych przesunięciach częstotliwości można stosować filtry na różnych częstotliwościach doplerowskich. Ogłoszenia w prasie technicznej wskazują, że produkowane specjalne zespoły filtrów kwarcowych posiadają niezbyt duże wymiary.

6.2. Ograniczenie zadań radiolokatora

Uproszczenie omawianych w rozdz. 5 układów uzyskać można również w urządzeniu jednosystemowym, jeśli dopuszczalne jest istotne ograniczenie zadań. Z punktu widzenia problematyki układów wykrywania przybliżoną miarą zadań jest ilość $N = N_r N_{\beta} N_{\Omega}$, rozróżnialnych



Rys. 12. Schemat blokowy dwusystemowego urządzenia o podzielonych zadaniach wykrywania i pomiaru parametrów sygnału echa.

(w sensie omawianym w rozdz. 4) elementów przestrzeni H . Jeśli więc ograniczymy zadania radiolokatora na przykład do wczesnego wykrywania zbliżających się obiektów nawodnych, to przy szybkości $V_{\max} = 15$ m/sek, długości fali $\lambda = 10$ cm i całkowitym czasie trwania echa $\gamma = 0,2$ sek niezbędna ilość kanałów częstotliwościowych $N_{\Omega} = \frac{2V_{\max}}{\lambda} \cdot 2\lambda$ wynosi „tylko” 120. Przykład ten nie odpowiada jednak ważnym potrzebom praktyki, bowiem problem optymalnego wykrywania występuje głównie w przypadkach dużych szybkości wysoko lecących obiektów. Praktyczne znaczenie może mieć jednak układ przystosowany do optymalnego wykrywania sygnałów pochodzących tylko od obiektów szybko zbliżających się, to znaczy obliczający $q(\beta, \tau)$ jedynie dla dużych dodatnich wartości Ω . Innym przykładem redukcji N może być zmniejszenie N_r przez ograniczenie analizowanych odległości tylko do pewnego szczególnie krytycznego wycinka.

6.3. Zmiana modulacji sygnału

Na podstawie cytowanych już prac Woodwarda i Sieberta jak również wielu innych prac wiadomo, że przy idealnym odbiorze wykrywalność sygnału echa nie zależy w zasadzie od jego kształtu, częstotliwości czy sposobu modulacji, a tylko od stosunku całkowitej energii do gęstości widmowej szumów. Jeśli więc w pracy poświęconej układom wykrywania poruszamy problem modulacji, to wynika to z silnego powiązania wyboru systemu modulacji z wyborem zasad pracy oraz z trudnościami realizacji idealnego odbiornika. Poniżej naświetlone zostaną niektóre ciekawe aspekty tej współzależności.

Przy ustalonym pasmie częstotliwości pracy stacji przestrzeń parametrów H (rys. 7) określona jest zazwyczaj wymaganiami eksploatacji sprzętu. Zakresy odległości i azymutu są narzucane; zakres przesunięć częstotliwości wynika z osiągalnych szybkości obserwowanych obiektów. Wymagania eksploatacji określają również maksymalny dopuszczalny czas analizowania przestrzeni H oraz, co najmniej częściowo, ilość rozróżnianych elementów przestrzeni. Ten ostatni warunek wynika z potrzeb rozróżnialności obiektów i dokładności pomiarów. Pragnąc uniknąć obszernych dyskusji tych zagadnień przyjmiemy⁶ zgodne z rezultatami prac źródłowych [5, 10] i łatwe do szacunkowego uzasadnienia założenie, że zależność maksymalnych odstępów wybranych punktów przestrzeni H od parametrów sygnału jest w zasadzie jednakowa w problemach wykrywania i w problemach rozróżnialności. W pierwszym przypadku przekroczenie tych odstępów pogorszy wykrywalność, w drugim natomiast prowadzi do niewykorzystania istniejących możliwości rozróżniania obiektów.

Ponieważ ilość rozróżnialnych elementów $N = N_p N_r N_{\Omega}$ może być mia-

raż złożoności układów wykrywania, pierwszą zasadą wyboru modulacji powinna być dążność do takiego ukształtowania sygnału by niezbędna dla celów wykrycia ilość punktów podstawianych do obliczeń q nie była większa od N , wynikającego z eksploatacyjnych warunków rozróżnialności. Przy modulacji impulsowej wynikają stąd oczywiste przesłanki wyboru szerokości impulsu i szerokości wiązki antenowej. Jak należy jednak postąpić, gdy pomiar i jakakolwiek rozróżnialność szybkości obiektu nie jest (w ramach jednego obrotu) potrzebna? Przyjmując charakter zależności omówiony w rozdz. 4:

$$N_{\Omega} = \frac{2F_{\max}}{\Delta F}, \quad \Delta F \leq \frac{1}{2\gamma} \quad \text{oraz} \quad F_{\max} = \frac{2V_{\max}}{\lambda} \quad (40)$$

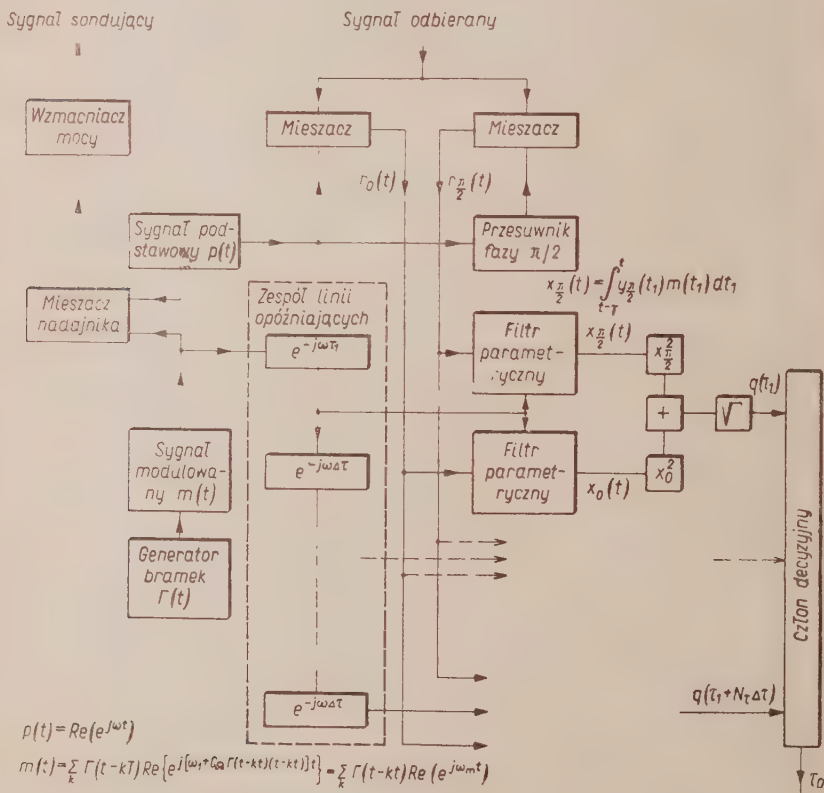
stwierdzamy, że pożądaną redukcję N_{Ω} osiągnąć można przez zwiększanie λ lub zmniejszanie γ . Gdy z innych względów $\lambda = \text{const}$, to chcąc zachować energię sygnału echa możemy zmniejszać γ przy równoczesnym zwiększaniu mocy. Wobec dużych trudności zwiększenia mocy szczytowej, celową drogą staje się zwiększanie współczynnika wypełnienia. Stoimy więc wobec potrzeby operowania szerszymi lub gęstszymi impulsami przy zachowaniu wymagań rozróżnialności w odległości. Ponieważ o rozróżnialności w odległości decyduje nie sam tylko czas trwania impulsu sygnału, a szerokość jego widma, można więc uzyskać potrzebną rozróżnialność na drodze bardziej skomplikowanej modulacji amplitudy lub też modulacji częstotliwości. Wniosek nasz o poprawie wykrywalności na drodze zwiększenia współczynnika wypełnienia mógłby się wydać trywialny, gdyby prowadził dalej do generalnego zwiększenia mocy średniej, a tym samym energii sygnału echa. W tym jednak przypadku chodziło nam o poprawienie warunków realizacji idealnego układu przekształcania, a mianowicie o redukcję ilości niezbędnych kanałów częstotliwościowych. Koncentrację energii w skróconym czasie γ możemy z punktu widzenia mocy średniej skompensować odpowiednio długą przerwą.

Wobec dużego rozpowszechnienia urządzeń stosujących liniową modulację częstotliwości rozpatrzono przykład blokowego rozwiązania stacji wykorzystującego tę metodę, zabezpieczającego dużą rozróżnialność w odległości, przy możliwie małej ilości kanałów przekształcania i przy zapewnieniu warunków odbioru wolnego od strat całkowania. Proponowany schemat blokowy podaje rys. 13.

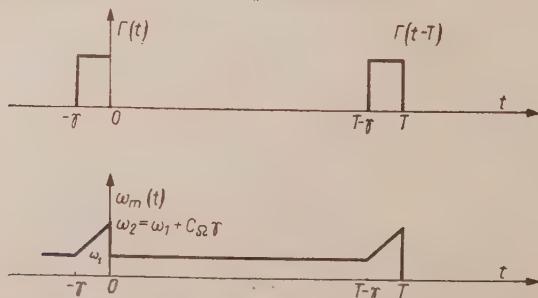
Nawiązując do metod analizy omówionych w rozdz. 4 łatwo widzimy, iż nie wykorzystano tu żadnej z metod analizy liniowej. Przestrzeń H , zredukowana dzięki zawężeniu γ do płaszczyzny parametrów β i τ , jest analizowana punktowo, przy czym przewidziane są równoległe kanały dla każdego τ_i , natomiast obliczenia dla różnych wartości β_k prowadzone są kolejno na tych samych obwodach. Układ przekształca zgodnie z (10)

każdy pojedynczy impuls o szerokości γ , jeśli jednak przy określonej szerokości wiązki antenowej i szybkości obrotów anteny, całkowity sygnał echa składa się z kilku takich impulsów, to sumowanie ich efektów przy podejmowaniu decyzji odbywa się już na zasadach klasycznych (całkowanie po detekcji).

a



b



Rys. 13. Urządzenie z idealnym układem przekształcania przy częstotliwości modulacji sygnału sondującego a) układ blokowy, b) przebiegi czasowe.

Przewaga tego rozwiązania nad omawianymi poprzednio, wiążąca się z redukcją N , okupiona być musi innymi specyficznymi trudnościami. Oczywiście jest, że do pracy z szerokimi impulsami potrzebne są specjalne typy lamp. Przyjęta metoda modulacji wymaga w zasadzie złożonych układów małej mocy, a następnie wzmacniaczy dużej mocy. Konstrukcja filtrów parametrycznych nie musi być natomiast skomplikowana. Przyjrzawszy się ich funkcjom można założyć, że składają się one z mieszacza, prostego stopnia całkującego i bramkowanego układu rozładowującego (możliwe jest również uniknięcie bramkowania).

Wybór, generacja i opóźnienie sygnału sondującego, a w szczególności, mieszanej z podstawowym sygnałem częstotliwości nośnej $p(t)$, składowej modulowanej częstotliwościowo

$$m(t) = \sum_k \Gamma(t - kT) \operatorname{Re} \left\{ e^{j[\omega_1 + C_\Omega \Gamma(t - kT)(t - kT)]} \right\} = \sum_k \Gamma(t - kT) \operatorname{Re} (e^{j\omega_m t}) \quad (41)$$

wymagają kilku słów omówienia: $\Gamma(t)$ jest prostokątną bramką o szerokości γ , determinującą szerokość modulowanego w częstotliwości impulsu sygnału; T jest okresem powtarzania impulsów, przy czym w odróżnieniu od poprzednio rozważanych przypadków jest ono znacznie większe od zakresu rozpatrywanych opóźnień echa; C_Ω jest nachyleniem charakterystyki modulacji w radianach na sek².

Wybór C_Ω wiąże się z eksploatacyjnym wymaganiem rozróżnialności w odległości. Podobnie, jak przy dyskusji szerokości wyskoków funkcji q w rozdz. 4, jesteśmy zainteresowani w określeniu współzależności przebiegu sygnału echa i odstępu $\frac{\Delta\tau}{2}$ od prawdziwej wartości $\tau = \tau_0$, przy którym

$$q_{\beta_0\Omega_0} \left(\tau_0 + \frac{\Delta\tau}{2} \right) \sim 0.9 q_{\beta_0\Omega_0} (\tau_0). \quad (42)$$

Zgodnie z definicją funkcji rozkładu q , przyjmując, że γ jest dostatecznie małe, by możliwe było (jak w układzie na rys. 13) pomijanie doplerowskiego przesunięcia sygnału echa oraz, że efekt szumów dla τ bliskiego τ_0 jest pomijalny, możemy napisać

$$q_{\beta_0\Omega_0} \left(\tau_0 + \frac{\Delta\tau}{2} \right) = \left| \int_{-\gamma}^0 K_0 g(t - t_{\beta_0}) e^{-j[\omega_1 + C_\Omega(t - t_{\beta_0})](t - t_{\beta_0})} g(t - t_{\beta_0}) e^{-j[\omega_1 + C_\Omega(t - \tau_0 - \frac{\Delta\tau}{2})]} \left(t - \tau_0 + \frac{\Delta\tau}{2} \right) dt \right| \quad (43)$$

Zakładając $\frac{\Delta\tau}{2} \ll \gamma$ oraz γ znacznie krótsze od czasu γ_a , w którym charakterystyka antenowa przechodzi przez dany azymut (w poprzednich roz-

działach było $\gamma = \gamma_a$ otrzymujemy

$$q_{\beta, \Omega_0} \left(\tau_0 + \frac{\Delta \tau}{2} \right) = K_0 g^2(0) \left| \int_{-\gamma}^0 e^{-jC_{\Omega} \Delta \tau t} dt \right| = q_{\beta, \Omega_0}(\tau_0) \frac{1}{\gamma} \left| \int_{-\gamma}^0 e^{-jC_{\Omega} \Delta \tau t} dt \right|. \quad (44)$$

Porównując wzór (44) z warunkiem (42) otrzymujemy po prostym przeliczeniu żądanie, by

$$C_{\Omega} = \frac{\pi}{\Delta \tau \gamma}.$$

Przyjmując dla przykładu: $\gamma = 2$ msek, $\Delta \tau = 2,5$ μ sek, to $C_F = C_{\Omega}/2\pi = 100$ MHz/sek.

Proponowany w układzie na rys. 13 sposób wypracowania napięcia odniesienia dla filtrów parametrycznych zmniejsza krytyczność żądanej stałości C_{Ω} bowiem wszelkie zniekształcenia występują w sygnale echa i w sygnale odniesienia równolegle. Łatwo sprawdzić, że dla przyjętych wyżej przykładowych wartości γ i C_{Ω} oraz rozsądnych opóźnień τ parametry zespołu linii opóźniających nie prowadzą do rozwiązań szczególnie trudnych.

6.4. Problem niepożądanych zmian częstotliwości

Przy wyprowadzeniu podstawowego równania (12), określającego matematyczną postać rozkładu $q(\beta, \tau, \Omega)$, wyeliminowano z funkcji podcałkowej czynnik $e^{-j(\omega + \Omega)\tau}$ wychodząc z założenia, że jest to czynnik niezależny od czasu. Przy dyskusji różnych układów przekształcających sygnał wejściowy przyjęto, że sygnał echa zawarty w $R(t)$ charakteryzuje się nieznanym lecz stałym przesunięciem częstotliwości Ω_0 . Dopuszczalność obydwu tych założeń wiąże się z warunkami stałości częstotliwości nadajnika, oscylatora lokalnego oraz warunkami na stałość radialnej szybkości obiektu. Wypadkowa wartość niepożądanego zmiany częstotliwości $d\omega = d\omega_{nad} + d\omega_{ob} + d\Omega_0$ nie powinna w czasie γ odpowiadającym trwaniu sygnału echa, powodować istotnej zmiany fazy funkcji podcałkowej w (11). Przyjmując np.: $d\omega \cdot \gamma \leq 1/2$ radiana oraz $\gamma = 0,5$ sek znajdujemy warunek wypadkowej stabilności: $df_{max} = \frac{1}{2\pi} d\omega_{max} = \sim 0,16$ Hz/sek.

Jeśli liczbę tę przyjąć za orientacyjną ocenę spodziewanego w praktyce poziomu wymagań, to trudno sobie wyobrazić rozwiązanie nadajnika i oscylatora lokalnego bez stabilizacji kwarcowej. Na stałość Ω_0 nie mamy wpływu, możemy jedynie przypuszczać, że omawiany efekt nie pożądanego zmian ograniczy możliwość stosowania długich sygnałów. Jest to jeszcze jeden argument na korzyść układu omówionego w rozdz. 6.3.

7. METODA PRZYSPIESZONEJ ANALIZY

W rozdziałach 6.1, 6.2 i 6.3 omówiono kilka możliwych kierunków działania zmierzających do zmniejszenia trudności, jakie stoją na drodze praktycznej realizacji idealnych układów przekształcania. Na przykładach hipotetycznych rozwiązań wykazano, że można zmniejszyć uciążliwą liczebność kanałów układu przez odpowiednie rozwiązania całego systemu radiolokacyjnego. Obecnie przedstawiona zostanie propozycja znacznego uproszczenia stopnia wstępnego niezależnie od koncepcji systemu radiolokatora.

Zasadnicza myśl propozycji polega na wykorzystaniu możliwości wielokrotnego szybkiego odczytu wycinka γ sygnału $R(t)$, zapisanego w odpowiednim układzie pamięciowym. Przy każdym odczycie układ przekształcania oblicza rozkład *a posteriori* q dla wybranych punktów czy też linii z przestrzeni parametrów H . Dzięki przyspieszeniu odczytu w stosunku do tempa zapisywania, wszystkie przebiegi sygnałów, a tym samym i obliczenia, stają się bardziej krótkotrwałe. Zwiększona szybkość obliczeń pozwala na bardziej efektywne wykorzystanie układów przekształcania, a mianowicie dowolny stosowany w układzie filtr, mieszacz, generator bramek czy inny element może być w czasie γ wykorzystywany wielokrotnie. Zasada ta stosowana być może z korzyścią we wszystkich omawianych uprzednio metodach analizowania. Dzięki wielokrotnemu wykorzystywaniu obwodów uzyskuje się w każdym przypadku redukcję niezbędnej ilości kanałów obliczeniowych, natomiast zwiększenie przenoszonych przez układy częstotliwości prowadzić może do zmniejszenia niektórych elementów układowych.

Nawiązując do dwusystemowego urządzenia omówionego w rozdz. 6.1 rozpatrzmy możliwość zastosowania metody przyspieszonej analizy w odbiorczym układzie szybkościomierza. Na rys. 14 porównano przebiegi analizowania dwuwymiarowej przestrzeni $H_{\beta\Omega}$ w rozwiązaniu pierwotnym i zmodyfikowanym. Wykres 14a wskazuje na konieczność stosowania w układzie pierwotnym N_{Ω} równoległych kanałów częstotliwościowych. Analiza w układzie zmodyfikowanym odbywa się w przestrzeni $H_{t_s, \Omega}$ (rys. 14b) gdzie oś $0-t_s$ odnosi się do czasu, w którym wszystkie funkcje przebiegają $M=\gamma/\gamma_s$ razy szybciej. Dzięki założeniu dużego przyspieszenia M przebieg linii analizowania w przestrzeni $H_{t_s, \Omega}$ nie wykazuje przeliczeń równoległych w czasie. Do pomyslenia jest więc rozwiązanie konstrukcyjne, w którym jeden układ przekształcania wykorzystywany jest kolejno do obliczeń q dla różnych wartości Ω i t_s .

W przedstawionej na rysunku metodzie zarówno podstawiane do obliczeń wartości Ω , jak i t_s zmieniają się w sposób skokowy. Jeśli przyjmiemy stosunek skoku Δt_s do γ oraz N_{Ω} w sposób analogiczny jak

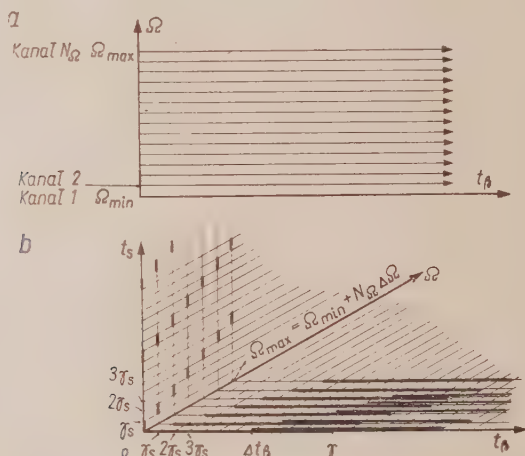
w rozdz. 4, to w oparciu o rys. 14b łatwo znaleźć warunek na M , przy którym ilość równoległych obwodów przekształcania redukuje się do jedności:

$$\Delta t_s = N_{\Omega} \cdot \gamma_s \leq \frac{\gamma}{2},$$

a stąd

$$M = \frac{\gamma}{\gamma_s} \geq 2N_{\Omega} = 8F_{\max} \gamma. \quad (46)$$

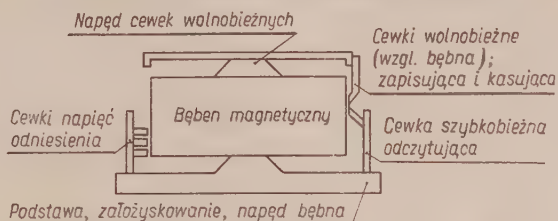
Jeśli wynikające z powyższego warunku przyspieszenie M nie da się praktycznie zrealizować, to korzystnym rozwiązaniem może być dopuszczenie ząbienia się czasowego linii analizowania w $H_{t_s, \Omega}$ i urzeczywistnienie układu o pewnej ilości kanałów równoległych.



Rys. 14. Metody analizowania przestrzeni parametrów odległościomierza: a) z wykorzystaniem N_{Ω} kanałów, b) analiza przyspieszona.

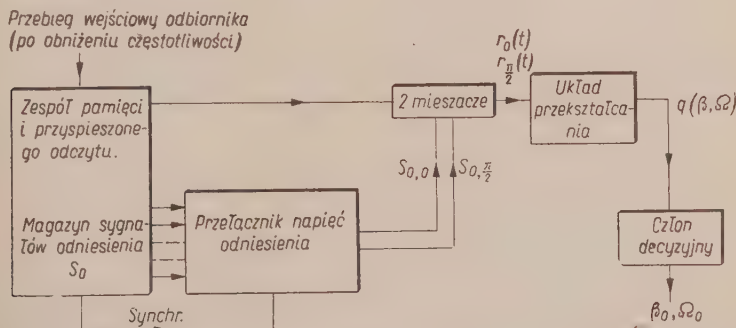
Wydaje się, że jednym z najtrudniejszych elementów układu pracującego z wykorzystaniem koncepcji przyspieszonej analizy jest zespół pamięci pozwalający na zapis i wielokrotny przyspieszony odczyt odcinka sygnału wejściowego. Granice czasowe zmagazynowanego odcinka $R(t)$ muszą być przy tym przesuwane synchronicznie z upływem czasu. Ze względu na konstrukcję elementów pamięciowych wygodnie magazynować nie sam przebieg $R(t)$, a funkcję czasu otrzymaną po odpowiednim obniżeniu częstotliwości. Spośród wielu możliwych rozwiązań pamięci i przyspieszonego odczytywania podano na rys. 15 przykład urządzenia z bębner magnetycznym. Zaznaczone na rysunku cewki wolnobieżne wirują względem podstawy z szybkością zbliżoną do szybkości bębna. Różnica szybkości spowodowana dodatkowym napędem zabezpiecza ruch cewki

wolnobieżnych względem bębna, przesuwający granice zmagazynowanego odcinka $R(t)$. Stosunek wspomnianej różnicy szybkości do szybkości bębna determinuje przyspieszenie analizy M . Niewątpliwą trudnością tego rozwiązania jest wykorzystanie wspólnej ścieżki sygnałowej przez cewki wolnobieżne i cewkę odczytującą, poruszające się z różną szybkością względem



Rys. 15: Magnetyczny układ pamięci i przyspieszonego odczytu.

dem bębna. Zagadnienie pojemności informacyjnej ścieżki nie wydaje się szczególnie krytyczne. Przy długości odcinka γ rzędu ułamka sekundy i przy pasmie częstotliwości doplerowskich rzędu kHz wypada potrzeba zmagazynowania na jednej ścieżce co najwyżej kilku tysięcy rozróżnialnych wartości napięć.



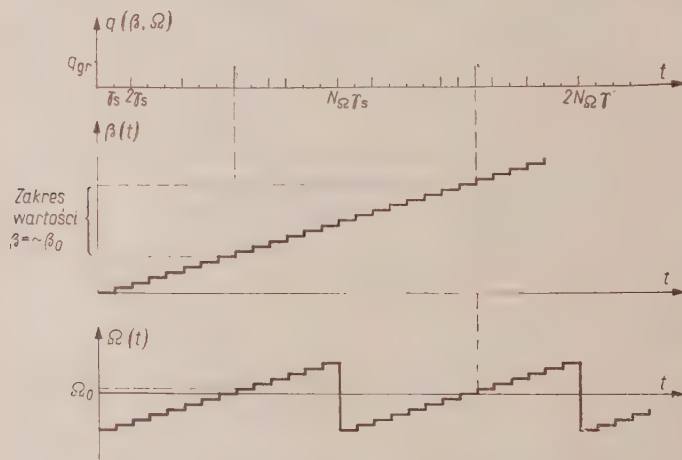
Rys. 16. Podstawowe człony układu wykrywania wykorzystującego metodę przyspieszonej analizy widmowej.

W układzie pamięciowym przedstawionym na rys. 15 zaznaczono możliwość synchronicznego odczytu napięć odniesienia zmagazynowanych trwale w pamięci bębna. Rozwiązanie takie może znacznie uprościć problem zmiany podstawianych kolejno do obliczeń $q(\beta, \Omega)$ wartości Ω_i . Podstawowe człony układu pracującego z wykorzystaniem bębna pamięciowego zilustrowano na rys. 16. Wyjście tego układu reprezentuje funkcję $q(\beta, \Omega)$ w sposób zgodny z przyjętą metodą analizowania (rys. 7.1b). Na osi czasu argument Ω zmienia się skokami o $\Delta\Omega$ co każde γ_s sekund, powtarzając pełne cykle zmian od $-\Omega_{\max}$ do $+\Omega_{\max}$ w czasie $N\Delta\gamma_s$.

Argument β zmienia się również skokowo z upływem czasu, przy czym rozróżniać można małe skoki równe $\gamma_s \frac{d\beta}{dt}$, odpowiadające kolejnym przeliczeniom dla różnych Ω_i oraz skoki duże $\Delta t_\beta \frac{d\beta}{dt}$, odpowiadające pełnym cyklom przeliczeń dla całego zakresu częstotliwości doplerowskich (rys.17).

Omówione rozwiązanie układu przekształcania sygnału traktować należy jako przykład wykorzystania proponowanej metody.

Warto podkreślić, że w podanym przykładzie wykorzystano przyspieszenie odczytu do szybkiej jednokanałowej analizy tzw. bieżącego widma



Rys. 17. Rezultaty obliczeń w układzie przyspieszonej analizy.

- wyniki obliczeń punktowych jako funkcja czasu
- powiązanie wartości β ze współrzędną czasu
- powiązanie wartości Ω ze współrzędną czasu

procesu stochastycznego. Wydaje się, że przyspieszona analiza, a w szczególności przyspieszona analiza widmowa może znaleźć różnorodne zastosowania nie tylko w radiolokacji.

Kończąc artykuł autor pragnie złożyć podziękowanie prof. dr J. Groszkowskiemu za wskazanie i przedyskutowanie kierunków pracy oraz doc. drowi J. Seidlerowi za cenne uwagi wykorzystane w okresie ostatecznej redakcji rękopisu.

WYKAZ LITERATURY

- Baszarinow A. E.: O pomiechoustojczivosti korrelacjonnowo metoda pri-joma. Radiotekhnika, nr 5, 1956.
- Hall W. M.: Prediction of pulse radar performance. PIRE, nr 2, 1956.
- Linden i Steinberg: Synthesis of delay line networks. IRE Trans. ANE — 4, 1957.

4. Seidler J.: *Związki między teorią informacji, a teorią funkcji decyzyjnych stosowaną do problemów telekomunikacji. Zastosowania matematyki* (artykuł w druku).
5. Siebert W. M.: *A radar detection philosophy*. IRE Trans. IT — 2, 1956.
6. Siebert W. M.: *Some application of detection theory to radar*. IRE Conv. Rec. część 4, 1958.
7. Urkowitz S. H.: *Analysis and synthesis of delay line periodic filters*. IRE Trans. CT—4, 1957.
8. Woodward P. M.: *Information theory and the design of radar receivers*. PIRE, nr 12, 1951
9. Woodward P. M.: *Information theory and inverse probability in telecommunication*. PIRE, marzec 1952.
10. Woodward P. M.: *Probability and information theory with application to radar*. 1953.

СХЕМЫ ДЛЯ ОБНАРУЖИВАНИЯ СЛАБЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Резюме

Рассмотрение результатов опубликованных по теории обнаруживания сигналов показало, что в обычных радиолокационных установках не используется целиком энергия сигнала эха, результатом чего являются значительные потери по дальности обнаруживания. Потери эти называемые Галлом [2] потерями интегрирования возникают потому, что интегрирование очередных импульсов производится после детекции, а тем самым используются только приблизительные данные относительно частоты и данные формы огибающей сигнала.

С точки зрения технических возможностей и условий проведения радиолокационных измерений не является необходимым отказываться от информации о форме сигнала на высокой частоте. Можно именно обеспечить постоянство несущей частоты во время приема сигнала (всего ряда, а не единичного импульса). Хотя из-за эффекта Допплера эта частота заранее не известна, однако известен преимущественно узкий диапазон ее возможных значений. Для такого именно случая в опубликованных теоретических трудах [6, 10] даются методы преобразования входных сигналов, обеспечивающие оптимальные условия обнаруживания. Методы эти ограничиваются преимущественно до математической формулы преобразования.

В настоящей статье проведена дискуссия практической возможности осуществления оптимальных систем, причем за основу рассуждений принята теория идеального приемника П. М. Вудварда. Во второй главе оценены преимущества, получения которых можно ожидать в наилучшем случае при условиях идеального приема, по отношению к результатам получаемым при применении конвенциональных систем. В третьей главе даны дополнительные предпосылки теории путем введения дополнительного параметра сигнала, характеризующего угловое положение объекта. Считая, что действительные априорные распределения вероятностей вероятных значений влияющие на заключение относительно существования и значений параметров эха, учитываются оператором радиолокатора, заданием оптимальной системы преобразования является вычисление распределения

$$q(\beta, \tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} r(\Omega, t)^* g(t - t_\beta) u(t - \tau) dt \right| \quad (10)$$

где: $q(\beta, \tau, \Omega)$ — функция распределения параметров, позволяющая определить распределение вероятности *a posteriori*, которое является основной заключения,

β, τ, Ω — принятые параметры эха: β — азимут, τ — запаздывание (расстояние), Ω — доплеровское смещение частоты (скорость),

$r(\Omega, \tau)$ — комплексная величина записи принятого сигнала после снижения его частоты на несущую частоту зондирующего сигнала — ω и предполагаемое смещение Ω ,

$g(t)$ — огибающая ряда сигналов эха, зависящая от формы двухсторонней характеристики излучения,

$u(t)$ — комплексная величина записи зондирующего сигнала после снижения на частоту ω (в случае модуляции амплитуды $u(t)$ становится действительной функцией — рис. 5).

Очевидно, что для определенных значений трех параметров $\Omega = \Omega_j$, $\beta = \beta_j$, $\tau = \tau_j$, функция $q(\beta_j, \tau_j, \Omega_j)$ определена сравнительно несложной операцией произведенной на входном сигнале. Основных практических затруднений следует ожидать в связи с необходимостью вычисления значения q для очень многих троек параметров.

Глава четвертая посвящена дискуссии метода анализа пространства параметров, т. е. определению очередности и взаимного расстояния подстановки различных троек параметров при вычислении q . Оказывается, что для нормальных условий работы возникает необходимость реализации миллионов расчетов в секунду по точкам или тысяч непрерывных расчетов по определенным линиям анализа (рис. 7). В пятой главе даны идейные схемы систем для расчета q по трем разным методам линейного анализа, а именно:

а) системы стробирования по дальности (рис. 8)

б) системы стробирования по азимуту (рис. 9)

в) нестробированной системы (рис. 10 и рис. 11).

В представленном простейшем виде систем практическое осуществление линейного анализа, а тем более точечного анализа связано с огромнейшими затруднениями, возникающими прежде всего из-за большого числа каналов преобразования.

В последних главах обсуждены пути ведущие к уменьшению реализационных затруднений, а именно к уменьшению количества каналов. В шестой главе дискутируются несколько концепций систем. Если в распоряжении имеются две радиолокационные установки (возможно наличие механического сопряжения), то эффективное уменьшение количества каналов можно получить путем целесообразного разделения заданий. Например определение в одной установке только азимута β_0 и частотного смещения Ω_0 , а в другой только расстояния τ_0 для определенных уже β_0 и Ω_0 (рис. 12) ведет, при соответственном применении модуляции, к значительному упрощению схем. Другой путь достигим при применении блок-схемы по рис. 13, иллюстрирующей важнейшие узлы и их функции в специальной установке с модуляцией частоты. Эта установка является примером избрания такой схемы и параметров модуляции, при которой количество определяемых элементов пространства параметров сигнала эха не больше чем необходимо по эксплуатационным требованиям разрешающей способности. Приведенный частный случай относится к условиям, в которых оператор

не заинтересован в быстром определении и измерении радиальной скорости объекта.

Глава седьмая посвящена обсуждению оригинального метода анализа ведущего к значительному упрощению схем, независимо от принятого системного решения. Идея представленной концепции очень проста: отрезок функции со входа приемника (после снижения по мере необходимости частоты) записывается в запоминающем устройстве, а потом многократно репродуцируется в ускоренном темпе. Таким образом один канал преобразования может использоваться последовательно для вычислений q при подстановке все новых параметров.

Установка работающая по этому принципу получила наименование установки ускоренного анализа. Если последовательное изменение параметра касается частоты Ω выход установки описывает текущий спектр входного стохастического процесса. Система ускоренного анализа спектра может найти широкое применение не только в радиолокации.

ARRANGEMENTS FOR SMALL RADAR SIGNAL DETECTION

On the ground of results unveiled in published theories concerning radar signal detection it has been confirmed, that in classical radar arrangements the echo-signal energy is not fully exploited what, in consequence, results in great range losses. These losses called by Hall [2] as integration losses derive from the fact of successive impulses being integrated after the rectifier, so that use is only made out of rough informations as to the frequency and radar signal envelope. From the viewpoint of technical possibilities and signal measurement conditions there is no reason to disregard the informations concerned with the signal shape at the high frequency for it is feasible to secure that the carrier frequency in the period of while pulse-train duration and not only in a single pulse, remains constant. Though due to Doppler effect this frequency is not known exactly a priori, there are usually known narrow bounds of its possible arising. Just with regard to such a circumstance the published theoretical works [6], [10] present the transformation methods of input signals, which ensure optimum conditions of radar signal detection. Their directions are, in fact, confined to the mathematical transformation formula.

Chances of practical realization of optimum arrangement on the basis of P. M. Woodward's ideal receiver theory are discussed. In chapter 2 the gains which one may expect in most favourable case under ideal receiving conditions as compared with results obtainable in conventional systems are estimated. In chapter 3 the theory assumptions extended by introduction of an additional parameter of signal denoting angular position of object. Assuming that actual a priori probability distributions which affect the conclusions as to the existence of echo-signal and its estimated parameters, are accounted for by operator, the function of optimum transformation system is to calculate the distribution

$$q(\beta, \tau, \Omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} r(\Omega, t) * g(t - t_p) u(t - \tau) dt \right|$$

where

$q(\beta, \tau, \Omega)$ — distribution function of the parameters permitting to determine a posteriori probability distribution, which in succession is the basis of decision.

β, τ, Ω — assumed parameters of echo-signal namely:

- β — azimuth,
 τ — time delay (distance),
 Ω — Doppler frequency shift (spread).
 $r(\Omega, \tau)$ — received signal in complex form after drop of its frequency by amount of transmitted carrier frequency ω and assumed Doppler shift Ω .
 $g(t)$ — envelope of the pulse-train of the echo-signal linked with the shape of radiation characteristic.
 $u(t)$ — transmitted signal in complex form after the frequency drop by amount of ω ; in the case the amplitude modulation $u(t)$ is a real function (Fig. 5).

The function q of each determined set of three parameters $\Omega = \Omega_j$, $\beta = \beta_i$, $\tau = \tau_k$ is defined by comparatively simple operation performed on the input signal. Practically the essential difficulties are to be expected with regard to necessity of calculation of q for very numerous sets of three parameters.

Chapter 4 is concerned with discussion of the methods which analyze the spaces of the parameters in order to establish in which consecutiveness and mutual spacing various sets of three parameters may be introduced into the evaluation of q . As the practice for average operating conditions proves it would be necessary to perform millions of point calculations per second or thousands of continuous calculations along determined lines (Fig. 7). Block schemes of arrangements performing calculations of q according to three different methods are presented in chapter 5, namely:

- a. range gating set (Fig. 8),
- b. azimuth gating set (Fig. 9),
- c. no-gate set (Fig. 10).

In presented ideally simplest form the practical realization of sets of linear analysis and in particular of point analysis leads to enormous difficulties mainly arising from considerable amount of transformation channels. In final chapters the steps leading to reduction of principal difficulties through decreasing of quantity of channels are discussed. In chapter 6 several system conceptions are examined.

When there are two radars to disposition eventually coupled mechanically the reduction of number of channels may be effectively achieved by a suitable distribution of functions. For instance, a noteworthy simplification is attained if in one of the sets only azimuth and frequency shift are determined, whereas the distance τ for already fixed β_0 and Ω_0 (Fig. 12) is defined in another one. A different though successful way leads to block scheme derived in Fig. 13 which illustrates most important members and their functions in the special solution of the set with the frequency modulation. This solution is an example of such a selection of the system and modulation parameters in which the quantity of the discriminatory elements of the space parameters is not higher as it would derive from operating requirements of discrimination.

Particular case is examined pertaining to a circumstance in which user is disinterested in making a prompt measurement and discrimination of radial velocity of the object.

An original analyzing method leading to a radical simplification of the sets independently on the system solution is reviewed in chapter 7. The idea of given concept is quite simple one. The portion of curve from receiver input after a pos-

sible frequency drop is recorded in memory circuit and then reproduced many times in accelerated speed. In such a way one transformation channel may be used successively to compute q by setting of the new parameters continually.

A device operating on such a principle is called set of accelerated analysis. If successive parameter change relates to the frequency Ω the output of the set describes the current spectrum of input stochastic process. The set of accelerated analysis and in particular, that of accelerated spectral analysis may find diverse applications not only in the radiolocation practice.



621.396.963

A. STRASZEWSKI, T. ŚLIWIŃSKI

Analizator do obliczania silników indukcyjnych

Rękopis dostarczono 17. 12. 58

Opisano analizator przeznaczony do obliczania silników indukcyjnych, budowany według projektu autorów artykułu pod kierunkiem prof. dra inż. B. Dubickiego. Zasada działania analizatora polega na odwzorowywaniu w określonej skali schematu zastępczego silnika indukcyjnego i przeprowadzaniu na nim pomiarów. Pomiary pozwalają określić *a priori*, jeszcze w trakcie prac nad projektem silnika, szereg ważniejszych parametrów silnika, a wśród nich początkowy moment rozruchowy, przeciążalność jak również przebieg krzywej momentu rozruchowego w funkcji poślizgu. Pozwalają one również na znalezienie najkorzystniejszego wariantu silnika drogą wprowadzenia zmian w odwzorowanym schemacie zastępczym. W ten sposób zostaje zaoszczędzony szereg żmudnych obliczeń, szczególnie dla silników głębokożłobkowych, dwuklatkowych i jednofazowych.

Analizator budowany przez Katedrę Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej przeznaczony jest do obliczania silników indukcyjnych trójfazowych bez wypierania prądu w wirniku, jak również z wirnikiem dwuklatkowym i głębokożłobkowym oraz silników jednofazowych. W artykule podano zasady wyznaczenia głównych parametrów analizatora i wyboru układu pomiarowego. Omówiono również wybór sposobu zasilania analizatora.

Przytoczono wyniki pomiarów wstępnych, przeprowadzonych na układach modelowych. Wyniki te potwierdziły słuszność przyjętych założeń. Opisano poszczególne części składowe analizatora i omówiono całość projektu.

1. WSTĘP

Określanie charakterystyk silników indukcyjnych przy zadanych wartościach wszystkich parametrów odbywa się zwykle w oparciu o schemat zastępczy silnika jedną z dwóch metod: albo metodą analityczną przez rozwiązanie schematu zastępczego lub metodą graficzną przez narysowanie wykresu pracy silnika.

W przypadku trójfazowych silników pierścieniowych oraz klatkowych bez wypierania prądu, wykres pracy silnika, przy założeniu stałości wszystkich oporności silnika ma kształt koła i operowanie nim

przy wyznaczaniu charakterystyk silnika nie nastęrcza większych trudności. Znacznie gorzej przedstawia się sprawa z trójfazowymi silnikami głębokożłobkowymi i dwukłatkowymi. Dla tych silników wykres pracy jest krzywą wyższego rzędu i wyznaczenie go w sposób nawet uproszczony jest żmudne i kłopotliwe. Największą trudność sprawia jednak obliczanie charakterystyk silników jednofazowych z fazą pomocniczą lub rozruchową. Nawet najprostsza z istniejących metod analitycznych, metoda składowych symetrycznych, wymaga długotrwałych obliczeń rachunkiem symbolicznym, przy których nietrudno o pomyłkę.

Znacznie trudniejsze niż obliczanie charakterystyk silników przy zadanych wartościach wszystkich parametrów jest wyznaczenie tych parametrów w taki sposób, by otrzymać żądany przebieg charakterystyk silnika. Przy tak ujętym zadaniu trzeba przeprowadzać wielokrotnie przeliczenia, co często powoduje rezygnację konstruktora z osiągnięcia optymalnego rozwiązania.

Od pewnego czasu zaczęto stosować, zwłaszcza do zagadnień systemów energetycznych, zamiast analitycznego czy graficznego rozwiązywania obwodów prądu zmiennego — odwzorowywanie tych obwodów i otrzymywanie wyników na drodze pomiarów prądów, mocy i napięć. Podobny sposób do wyznaczania charakterystyk silników indukcyjnych zastosowano niedawno w Stanach Zjednoczonych [13]. Zamiast przeprowadzać wyznaczanie charakterystyk silnika na drodze analitycznej lub graficznej — zestawia się z elementów oporowych schemat zastępczy silnika i mierząc odpowiednie wartości prądów, mocy i napięć określa się interesujące nas wielkości jak: moc oddaną i pobraną przez silnik przy danym poślizgu, prąd pobierany z sieci oraz prąd w wirniku silnika, współczynnik mocy, moment obrotowy oraz poszczególne wartości strat mocy w silniku.

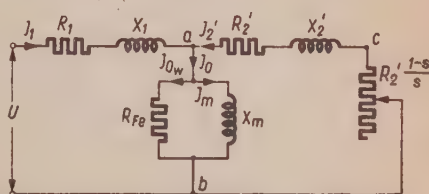
Prace nad tego rodzaju urządzeniem, które przez analogię do podobnych urządzeń stosowanych przy obliczaniu systemów energetycznych nazwano analizatorem, rozpoczęto w Zakładzie Maszyn i Napędów El. Instytutu Elektrotechniki pod kierunkiem prof. dra inż. B. Dubickiego pod koniec 1952 r. W ciągu roku 1953 opracowano ogólne założenie analizatora i przeprowadzono wstępne pomiary. Dalsze prace nad tym zagadnieniem prowadzone były przez Katedrę Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej w dalszym ciągu pod kierunkiem prof. Dubickiego. W ramach tych prac wykonano ogólny projekt analizatora projekt zasilania oraz układu pomiarowego, jak również niektóre elementy wyposażenia analizatora. Dalsze prace Katedry Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej nad zbudowaniem pierwszego w kraj analizatora do obliczania silników są w toku.

W artykule niniejszym stanowiącym podsumowanie prac wykonanych zarówno w Instytucie Elektrotechniki, jak i na Politechnice Warszawskiej zawarte są założenia do budowy analizatora oraz ogólny opis tego urządzenia.

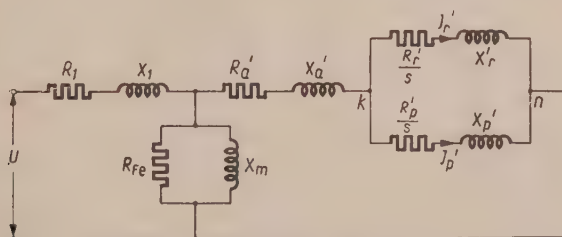
2. SCHEMATY ZASTĘPCZE SILNIKÓW

Punkt wyjściowy projektu analizatora stanowią schematy zastępcze silników indukcyjnych. Jako podstawowe przyjęto 4 schematy zastępcze trójfazowych silników: pierścieniowego, dwuklatkowego i głębokożłobkowego oraz jednofazowego silnika z fazą pomocniczą.

Dla silników trójfazowych pierścieniowych oraz klatkowych, w których nie występuje wypieranie prądu, przyjęto powszechnie stosowany ścisły schemat zastępczy (rys. 1). Na schemacie tym R_1 i X_1 oznaczają oporność czynną oraz oporność indukcyjną uzwojenia jednej fazy stojana wywołaną strumieniem rozproszonym. Symbole R'_2 i X'_2 oznaczają analogiczne wielkości wirnika sprowadzone jednak do uzwojenia stojana. X_m jest to oporność indukcyjna uzwojenia stojana wywołana strumieniem magnetycznym sprzężonym zarówno z uzwojenia stojana jak i wirnika, zaś straty na oporności R_{Fe} odtwarzają straty w obwodzie magnetycznym silnika.



Rys. 1. Schemat zastępczy silników indukcyjnych pierścieniowych, oraz silników klatkowych bez wypierania prądu w wirniku.



Rys. 2. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego dwuklatkowego bez uwzględnienia indukcyjności wzajemnej klatek.

Normalnie stosowany schemat zastępczy silnika dwuklatkowego przedstawiony jest na rys. 2. Na schemacie tym oporności R'_p i X'_p odnoszą się do klatki pracy, oporności zaś R'_r i X'_r — do klatki rozruchowej. Oporność indukcyjna X'_a jest to oporność wytworzona strumieniem rozproszonym wspólnym dla obydwu klatek (strumień różnicowy w szcze-

linie i strumień przechodzący przez szczyrbinkę żłobkową wirnika), a R'_a — oporność czynna pierścieni zwierających, jeśli są one wspólne dla obydwu klatek. W schemacie tym pominięta jest oporność indukcyjna wywołana wzajemną indukcyjnością obydwu klatek. Oporność tę można jednak w prosty sposób uwzględnić, jeśli rozważy się napięcie między punktami k i n schematu zastępczego. Napięcie to z uwzględnieniem indukcyjności wzajemnej wynosi

$$\hat{U}_{kn} = \hat{I}_r' \left(\frac{R_r'}{s} + jX_r' \right) + j\hat{I}_p' X'_{wz} \quad (1)$$

albo

$$\hat{U}_{kn} = \hat{I}_p' \left(\frac{R_p'}{s} + jX_p' \right) + j\hat{I}_r' X'_{wz}. \quad (2)$$

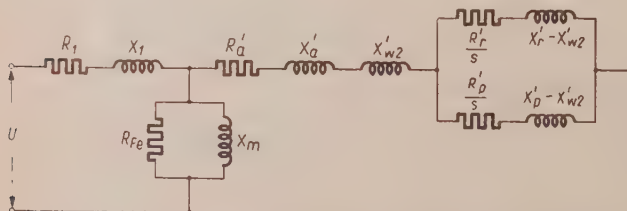
Wzory (1) i (2) można przekształcić, pisząc

$$\hat{U}_{kn} = \hat{I}_r' \left[\frac{R_r'}{s} + j(X_r' - X'_{wz}) \right] + jX'_{wz}(\hat{I}_p' + \hat{I}_r') \quad (3)$$

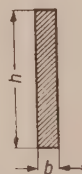
oraz

$$\hat{U}_{kn} = \hat{I}_p' \left[\frac{R_p'}{s} + j(X_p' - X'_{wz}) \right] + jX'_{wz}(\hat{I}_p' + \hat{I}_r'). \quad (4)$$

Z wzorów (3) i (4) wynika, że oporność wywołaną indukcyjnością wzajemną X_{wz} należy umieścić w schemacie zastępczym przed rozgałęzieniem na obwód klatki rozruchowej i klatki pracy, a oporność indukcyjną każdej gałęzi należy zmniejszyć o wartość oporności X'_{wz} . Tak otrzymany schemat zastępczy przedstawiono na rys. 3.



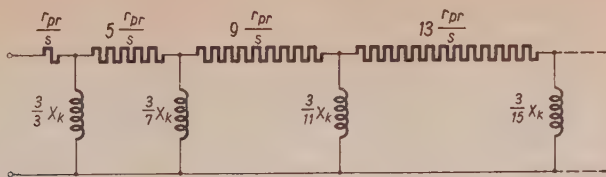
Rys. 3. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego dwuklatkowego z uwzględnieniem indukcyjności wzajemnej klatek.



Rys. 4. Pręt wirnika głębokożłobkowego

Przy opracowywaniu schematu zastępczego silnika głębokożłobkowego oparto się na podanym przez Nürnberga [7] schemacie zastępczym oporności pręta (rys. 4) w postaci łańcucha oporności (rys. 5). Na schemacie tym r_{pr} oznacza oporność pręta dla prądu stałego

$$r_{pr} = \frac{l_{pr}}{h \cdot b \cdot \gamma},$$



Rys. 5. Schemat zastępczy oporności pręta wirnika głębokożłobkowego.

gdzie: l_{pr} — długość pręta w cm,

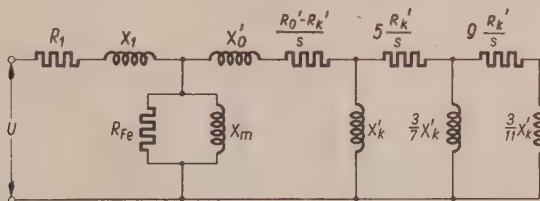
h i b — wysokość i szerokość pręta w mm,

γ — przewodność właściwa pręta w Ω cm/mm²,

a x_k — oporność indukcyjna pręta obliczona przy częstotliwości sieci bez uwzględnienia wypierania prądu

$$x_k = 4\pi^2 \frac{f}{50} \frac{h}{3b} 10^{-7} \quad (\Omega)$$

Jak wykazały przeprowadzone pomiary otrzymuje się dostateczną dla celów praktycznych dokładność, jeśli uwzględni się tylko 3 pierwsze ogniwa łańcucha oporności. Pełny schemat zastępczy silnika głębokożłobkowego z przyjętą liczbą ogniw łańcucha oporności prętów przedstawiony jest na rys. 6. Na schemacie tym R'_0 i X'_0 oznacza część opor-



Rys. 6. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego głębokożłobkowego

ności czynnej i indukcyjnej uzwojenia wirnika nie podlegającą zmianom wskutek wypierania prądu, a R'_k i X'_k — są to wyrażone bez uwzględnienia wypierania prądu części oporności wirnika ulegające zmianie pod wpływem wypierania prądu.

Dla silnika jednofazowego z fazą pomocniczą przyjęto schemat zastępczy podany przez Veinotta [13]. Schemat ten przedstawiono na rys. 7, przy następujących oznaczeniach:

R_{1g} — oporność czynna fazy głównej,

X_{1g} — „ indukcyjna fazy głównej,

R_{1p} — „ czynna fazy pomocniczej,

X_{1p} — „ indukcyjna fazy pomocniczej,

U_{1g} — napięcie na zaciskach fazy głównej,

U_{1p} — napięcie na zaciskach fazy pomocniczej,

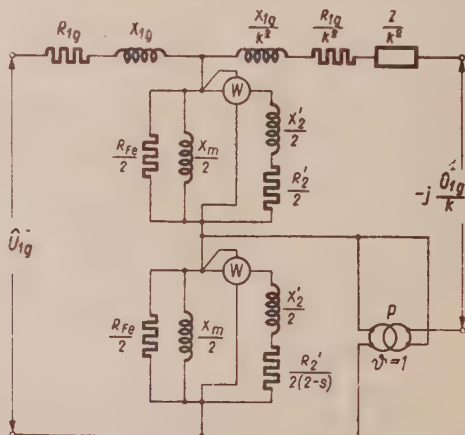
Z — dodatkowa oporność (czynna lub pojemnościowa) włączona w obwód fazy pomocniczej,

k — przekładnia fazy pomocniczej w stosunku do fazy głównej,

P — transformator o przekładni $\vartheta=1$ odwracający fazę prądu o 180° .

Założono, że oś uzwojenia fazy pomocniczej przesunięta jest w przestrzeni względem osi uzwojenia fazy głównej o 90° elektrycznych. Wynika stąd, że napięcie, którym należy zasilić na schemacie zastępczym obwód fazy pomocniczej, jest przesunięte o 90° w stosunku do napięcia fazy głównej $\left(-j \frac{\hat{U}_{1p}}{k}\right)$.

Przyjęto, że na projektowanym analizatorze powinno być możliwe odtworzenie każdego z czterech podanych schematów zastępczych. Sposób pomiaru przy poszczególnych schematach mocy pobranej przez



Rys. 7. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego jednofazowego z fazą pomocniczą kondensatorową

silnik, współczynnika mocy oraz prądów stojana i wirnika nie budzi wątpliwości. Aby wyznaczyć moment obrotowy silnika trójfazowego, należy włączyć cewkę prądową watomierza w obwód prądu wirnika, cewkę napięciową zaś — między punkty a i b schematu (rys. 1).

Z mocy P_t (w kW) wskazywanej przez watomierz, po uwzględnieniu skali, w jakiej został odtworzony schemat zastępczy, można wyznaczyć moment obrotowy jako

$$M = 973,5 \frac{P_t}{n_s} \quad [\text{mkG}] \quad (5)$$

Przez n_s oznaczono prędkość obrotową pola wirującego (prędkość synchroniczną) silnika. W przypadku silnika jednofazowego należy włączyć dwa watomierze w sposób pokazany na rys. 7. Watomierz W_1 mierzy moc, z której obliczyć można wg wzoru (5) moment obrotowy M_w wywołany polem wirującym współbieżnym, a na podstawie wskazań watomierza W_2 wyznaczyć można moment obrotowy M_p wywołany polem przeciwbieżnym. Po uwzględnieniu momentu strat mechanicznych M_{mech} otrzymujemy moment obrotowy netto na wale silnika

$$M = (M_w - M_p) - (M_{mech}). \quad (6)$$

Moc wydawana przez silnik na wale może być bezpośrednio mierzona na schemacie tylko dla trójfazowych silników pierścieniowych i klatkowych bez wypierania prądu (rys. 1). Dla wykonania tego pomiaru cewkę prądową watomierza należy włączyć w obwód wirnika, a cewkę napięciową — między punkty c i b schematu.

Na pozostałych trzech schematach moc wydawaną na wale oblicza się na podstawie wyznaczonego uprzednio momentu obrotowego ze wzoru

$$P = \frac{M}{973,5 n_s (1-s)} \quad (\text{kW}). \quad (7)$$

Moment obrotowy M jest to moment obrotowy netto na wale silnika otrzymany po odjęciu momentu strat mechanicznych.

3. WARTOŚCI WZGLĘDNE PARAMETRÓW SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

3.1. Uwagi ogólne

Dla określenia zakresów zmienności poszczególnych oporności schematów zastępczych zebrano dane dotyczące wartości oporności różnego rodzaju silników indukcyjnych.

Obliczone dla różnych silników wartości oporności w omach przeliczono podając ich wartość względną. Jako oporność jednostkową przyjęto dla każdego silnika oporność określoną wzorem

$$Z_I = \frac{U_f}{I_{zn}},$$

gdzie:

U_f — fazowe napięcie znamionowe w woltach,

I_{zn} — fazowy prąd znamionowy w amperach.

Jeśli na przykład R jest opornością wyrażoną w omach, to odpowiadająca jej wartość względna jest

$$r = \frac{R}{Z_I}.$$

Dla odróżnienia od oporności wyrażonych w omach wartości względne będą oznaczane małymi literami.

W dalszym ciągu artykułu zakresy zmienności oporności podawane będą dla zakresu pracy silnikowej ($0 < s < 1$), a wszystkie oporności uzwojenia wirnika zostaną sprowadzone do uzwojenia stojana.

3.2. Silniki trójfazowe pierścieniowe i klatkowe bez wypierania prądu

W silnikach tych prąd jałowy I_0 może zmieniać się w granicach

$$I_0 = (0,15 \div 0,7) I_{zn}.$$

Wobec tego

$$x_m \approx \frac{1}{0,15 - 0,7} \approx 1,5 \div 7.$$

Zakres zmienności prądu zwarcia I_z silników tego typu wynosi

$$I_z = (3 \div 10) I_{zn}.$$

Wynika stąd zakres zmienności oporności x_1 i x'_2 , a mianowicie :

$$x_1 + x'_2 \approx \frac{1}{3 \div 10} \approx 0,1 \div 0,3,$$

$$x_1 = x'_2 = 0,05 \div 0,15.$$

Można przyjąć dalej, że współczynnik mocy przy zwarcu $\cos \varphi_z$ zmienia się w granicach

$$\cos \varphi_z = 0,1 \div 0,7.$$

Wobec tego

$$r_1 + r'_2 \approx 0,01 \div 0,1,$$

a więc

$$r_1 = 0,005 \div 0,05, \quad r'_2 = 0,005 \div 0,05.$$

Jeśli przyjąć, że straty w rdzeniu stanowią mogą $0,7 \div 10\%$ mocy silnika, to otrzymuje się zakres zmienności oporności r_{Fe}

$$r_{Fe} = \frac{1}{0,007 \div 0,1} \approx 10 \div 150.$$

3.3. Silniki trójfazowe głębokożłobkowe

Zakres zmienności oporności r_1 , x_1 , x_m i r_{Fe} jest dla silników głębokożłobkowych taki sam jak dla silników pierścieniowych. Dla pozostałych oporności (rys. 3) określono, na podstawie przeliczeń szeregu silników następujące zakresy zmienności

$$x'_0 = 0,03 \div 0,15,$$

$$x'_k = 0,02 \div 0,12,$$

$$\frac{r_0 + r_k}{s} = 0,01 \div \infty,$$

$$\frac{r'_k}{s} = 0,01 \div \infty.$$

3.4. Silniki trójfazowe dwuklatkowe

Dla silników dwuklatkowych podobnie jak i dla silników głęboko-
żłobkowych zakres zmienności oporności r_1 , x_1 , x_m i r_{Fe} mieści się
w granicach podanych dla silników pierścieniowych.

Na podstawie wyników obliczeń silników dwuklatkowych określono
następujący zakres zmienności pozostałych oporności schematu zastępczego silnika

$$x'_a + x'_{wz} = 0,02 \div 0,15,$$

$$x'_r - x_{wz} = -0,005 \div 0,05,$$

$$x'_p - x_{wz} = 0,05 \div 0,6,$$

$$\frac{r'_r}{s} = 0,02 \div \infty,$$

$$\frac{r'_p}{s} = 0,01 \div \infty.$$

Jak widać z podanego zestawienia, oporność $x'_r - x'_{wz}$, może przybierać
nawet wartości ujemne, gdyż w przypadku pierścieni przylegających do
rdzenia wirnika, rozproszenie dookoła nich jest bliskie zeru, a prze-
wodność dla rozproszenia żłobkowego, np. dla pręta prostokątnego, wy-
nosi

$$\lambda_r = \frac{h}{3b},$$

podczas gdy

$$\lambda_{wz} = \frac{h}{2b}.$$

Przy odwzorowywaniu schematu silnika dwuklatkowego na ana-
lizatorze postanowiono pomijać oporność $x'_r - x'_{wz}$ w przypadku gdy

$$(x'_r - x_{wz}) < 0,005.$$

Jest to uzasadnione tym, że połączona w szereg z opornością indu-
kcyjną $x'_r - x'_{wz}$ oporność czynna $\frac{r'_r}{s}$ jest zawsze większa od 0,02.

3.5. Silniki jednofazowe z fazą pomocniczą kondensatorową

Silniki te mają włączony w obwód fazy pomocniczej jako dodatkowy opór Z (rys. 7) kondensator. A więc na schemacie zastępczym zamiast $\frac{Z}{k^2}$ figurować będzie $\frac{X_c}{k^2}$.

Zakres zmienności poszczególnych oporności schematu zastępczego ustalony na podstawie danych silników różnej mocy wynosi:

$$\begin{aligned} r_{1g} &= 0,04 \div 0,25, & x_{1g} &= 0,08 \div 0,3; \\ \frac{r_{1p}}{k^2} &= 0,05 \div 0,6, & \frac{x_{1p}}{k^2} &= 0,02 \div 0,3; \\ \frac{x_m}{2} &= 0,5 \div 2, & \frac{r_{Fe}}{2} &= 2 \div 10; \\ \frac{x_c}{k^2} &= 0,2 \div 5, & \frac{x'_2}{2} &= 0,02 \div 0,1; \\ \frac{r'_2}{2s} &= 0,02 \div \infty, & \frac{r'_2}{2(2-s)} &= 0,01 \div 0,2. \end{aligned}$$

Zakres zmienności napięcia zasilania $\frac{U_{1p}}{k}$ określono na $0,2 \div 1,2 U_{1g}$.

4. USTALENIE DANYCH ELEMENTÓW ANALIZATORA

Dla odtworzenia podanych schematów zastępczych silników indukcyjnych potrzebne są w analizatorze elementy oporowe i indukcyjne oraz w przypadku odtwarzania schematu zastępczego silnika jednofazowego z fazą pomocniczą kondensatorową — element pojemnościowy. Ponieważ wykonanie cewek indukcyjnych o dużej dobroci napotyka na poważne trudności, zdecydowano się na odtwarzanie w analizatorze schematów zastępczych przy przeciwnych jak w rzeczywistości kątach fazowych prądów w stosunku do napięć, tzn. przy włączeniu elementów pojemnościowych na miejsce indukcyjnych i na odwrót. Przy takim założeniu elementy analizatora wykonane będą jako oporniki i kondensatory, a tylko przy obliczaniu silników jednofazowych z fazą kondensatorową włączane będą cewki indukcyjne na miejsce rzeczywiście znajdujące się w obwodzie fazy pomocniczej kondensatora.

Po rozpatrzeniu szeregu wariantów oraz po uwzględnieniu możliwości wykonawczych elementów oporowych i pojemnościowych jak również układów pomiarowych przyjęto, że analizator zasilany będzie ze źródła o częstotliwości 500 Hz. Napięcie zasilania w przypadku silników trójfazowych oraz napięcie zasilania U_{1g} fazy głównej w przypadku silników jednofazowych (rys. 7) wynosić będzie 50 V. Przy ustalonym

w poprzednim rozdziale zakresie zmienności napięcia zasilania fazy pomocniczej $\left(\frac{U_{1p}}{k}\right)$ napięcie to powinno być regulowane w granicach od 10 do 60 V.

Jako największy prąd pobierany przez obwód główny analizatora przyjęto prąd ok. 25 mA, zaś jako prąd odpowiadający prądowi znamionowemu silnika prąd ok. 5 mA.

Przy tak obranych wartościach prądów i napięć oporności przyjętej za jednostkową, we względnym układzie jednostek odpowiadać będzie w analizatorze oporność

$$Z_1 = \frac{50}{0,005} = 10\,000 \, \Omega.$$

Można już teraz na podstawie podanych w poprzednim rozdziale zakresów zmienności poszczególnych oporności na schematach zastępczych silników określić zakresy zmienności poszczególnych elementów analizatora.

Ze względów oszczędnościowych zdecydowano, że te same elementy oporowe i pojemnościowe wykorzystywane będą w różnych schematach np. element oporowy, który będzie włączony w schemacie silnika jednofazowego jako opór $\frac{R_{1p}}{2}$ (rys. 7) użyty będzie w schemacie silnika głębokobłobkowego (rys. 6) jako opór $\frac{5R'_{lc}}{s}$ zaś w schemacie silnika dwuklatkowego (rys. 3) jako opór $\frac{R'_r}{s}$.

W tablicy 1 zestawiono wszystkie potrzebne w analizatorze elementy oporowe, pojemnościowe i indukcyjne ze wskazaniem ich zastosowania w poszczególnych schematach zastępczych oraz z podaniem zakresu zmienności tych elementów. Podano również najmniejszą wartość skoku przy nastawianiu elementu konieczną do uzyskania dostatecznej dokładności obliczeń na analizatorze.

4. POMIARY WSTĘPNE

4.1. Dane ogólne

W celu zapoznania się z techniką obliczania silników przy pomocy analizatora oraz w celu sprawdzenia słuszności przyjętych w poprzedniej treści założeń, przeprowadzono wstępne pomiary na schematach zastępczych kilku silników.

Schematy zastępcze były zestawiane z przygodnych oporności i pojemności, a pomiary były dokonywane przy użyciu posiadanych przyrządów. W związku z tym wyniki pomiarów są obarczone szeregiem błędów, wywołanych niemożliwością nastawienia dokładnych wartości poszczególnych oporności oraz pochodzących od indukcyjności własnej oporników suwakowych, jak również od strat kondensatorów papierowych.

Tablica 1

L. p.	Oznaczenia elementów	Zastosowanie elementu w poszczególnych schematach				Najmniejsza wartość, na którą element ma być nastawiony	Największa wartość, na którą element ma być nastawiony	Najmniejszy skok przy nastawieniu elementu
		siln. trójf. pierścieniowe i zwykłe klatk.	siln. trójf. głębokobłobkowe	siln. trójf. dwuklatkowe	silnik jednofazowy			
						Ω	Ω	Ω
1	1R	R_1	R_1	R_1	R_{1g}	50	2 500	1
2	2R	R'_2	—	R'_a	$\frac{R'_2}{2(2-s)}$	50	2 000	1
3	3R	—	$5 \frac{R'_k}{s}$	$\frac{R'_r}{s}$	$\frac{R_{1p}}{k^2}$	200	1 000 000	1
4	4R	R_{Fe}	R_{Fe}	R_{Fe}	$\frac{R_{Fe}}{2}$	20 000	1 500 000	100
5	5R	$R'_2 \frac{1-s}{s}$	$\frac{R'_c + R'_k}{s}$	$\frac{R'_p}{s}$	$\frac{R'_2}{2s}$	20	500 000	1
6	6R	—	$\frac{9R'_h}{s}$	—	$\frac{R_{Fe}}{2}$	1 000	1 000 000	10
						μF	μF	μF
7	1C	X_1	X_1	X_1	X_{1g}	0,1	0,65	0,001
8	2C	X'_2	X'_0	$X'_a + X'_{wz}$	$\frac{X_{1p}}{k^2}$	0,1	1,5	0,001
9	3C	X_m	X_m	X_m	$\frac{X_m}{2}$	0,004	0,06	0,000 05
10	4C	—	X'_k	$X'_p - X'_{wz}$	$\frac{X_m}{2}$	0,015	1,5	0,0001
11	5C	—	$\frac{3}{7} X'_k$	—	$\frac{X'_2}{2}$	0,3	3	0,001
12	6C	—	$\frac{3}{11} X'_k$	$X'_r - X'_{wz}$	$\frac{X'_2}{2}$	0,3	6,5	0,001
						Ω	Ω	Ω
13	L	—	—	—	$\frac{X_c}{k^2}$	2 000	50 000	50

Wpływ na dokładność pomiarów miał również znaczny (w stosunku do mierzonych wartości) pobór mocy przez przyrządy pomiarowe.

Niezależnie od powyższego pomiary dają wyniki pozwalające wyciągnąć wnioski o słuszności przyjętych założeń.

Pomiary przeprowadzono przy zasilaniu układu zastępczego napięciem znamionowym modelowanych silników, tzn. napięciem fazowym $U_f = 220$ V. Część pomiarów przeprowadzono przy częstotliwości 50 Hz. Ze względu na dość duże pojemności potrzebne do modelowania oporności indukcyjnych przy częstotliwości 50 Hz dalsze pomiary przeprowadzono przy częstotliwości 200 Hz. Niżej podano wyniki pomiarów.

4.2. Pomiary na schemacie zastępczym silnika indukcyjnego trójfazowego bez wypierania prądu w klatce wirnika

4.2.1. Dane silnika wg Podręcznika Inżyniera Elektryka T. 1, str. 835.

$$\begin{aligned} P &= 9 \text{ kW}, & U_n &= 380/220 \text{ V}, & I_n &= 19,4/33,5 \text{ A}, \\ n_n &= 945 \text{ obr/min}, & \cos \varphi &= 0,865, & \eta &= 0,837, \\ M_r &= 1,715 \cdot M_{zn}, & M_{\max} &= 2,7 \cdot M_{zn}, & I_r &= 4,87 \cdot I_{zn}, \\ I_0 &= 7,62 \text{ A}, & R_1 &= 0,405 \Omega, & R_2 &= 0,665 \Omega, \\ X_1 &= 0,975 \Omega, & X_2 &= 1,165 \Omega, \\ X_m &= \frac{U_n}{I_0} - X_1 = \frac{220}{7,62} - 0,975 = 27,9 \Omega, \\ P_{Fe} &= 545 \text{ W}, & P_{\text{mech}} &= 270 \text{ W}. \end{aligned}$$

4.2.2. Skala

Do odtworzenia schematu zastępczego użyto następującej skali

$$\begin{aligned} \text{skala napięcia} & 1 : 1 (U_f = 220 \text{ V}) \\ \text{skala prądu} & 1 : 50 \\ \text{skala mocy} & 1 : 150. \end{aligned}$$

Wobec tego wszystkie oporności zostały odtworzone w skali 50 : 1.

Częstotliwość napięcia zasilającego wynosiła 50 Hz.

4.2.3. Dobór oporności

Obliczono oporności czynne i bierne, a następnie nastawiono je i pomierzono. Wprowadzono poprawki na stratność kondensatorów, wartości wpisano na rys. 8.

Odwzorowane wartości w określonej skali oznaczone będą symbolami literowymi pójgrubymi

$$x_1 = 50 \cdot X_1 = 50 \cdot 0,975 = 48,75 \Omega.$$

Nastawiono: $x_1 = 48,4 \Omega$ ($c_1 = 65,8 \mu\text{F}$)

Stratność baterii kondensatorów c_1 stwierdzona na drodze pomiarów odpowiada oporności $R_{c1} = 0,18 \Omega$. Oporność tę potrącono przy określaniu wartości oporności

$$r_1 = 50 \cdot R_1 - R_{c1} = 50 \cdot 0,405 - 0,18 = 20,0 \Omega.$$

Nastawiono $r_1 = 19,5 \Omega$,

$$x'_2 = 50 \cdot X'_2 = 50 \cdot 1,165 = 58,25 \Omega.$$

Nastawiono $x'_2 = 58,4 \Omega$, ($c_2 = 54,4 \mu\text{F}$).

Stratność baterii kondensatorów c_2 stwierdzona na drodze pomiarów odpowiada oporności $R_{c_2} = 0,17 \Omega$. Oporność tę potrącono przy określaniu wartości oporności r'_2 .

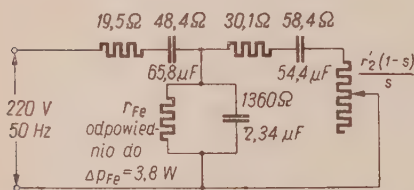
$$r'_2 = 50 \cdot R'_2 - R_{c_2} = 50 \cdot 0,665 - 0,17 = 33,1 \Omega.$$

Nastawiono $r'_2 = 30,1 \Omega$,

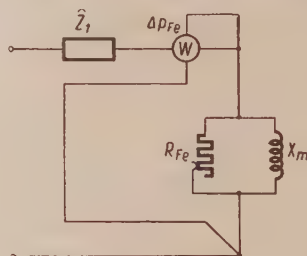
$$x_m = 50 \cdot X_m = 50 \cdot 27,9 = 1395 \Omega.$$

Nastawiono $x_m = 1360 \Omega$, ($C_m = 2,34 \mu F$).

W celu otrzymania możliwie dokładnych wartości oporności w gałęzi równoległej schematu zastępczego $r_{Fe} \parallel X_m$ wartość r_{Fe} nastawiono na drodze pomiaru



Rys. 8. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego pierścieniowego odwzorowany do pomiarów wraz z podanymi wartościami oporności czynnych i pojemnościowych.



Rys. 9. Układ do pomiaru strat w żelazie.

tak, aby moc pobierana przez tę gałąź odpowiadała stratom ΔP_{Fe} w odpowiedniej skali.

Pomiar przeprowadzono zgodnie z rys. 9.

$$P_{Fe} = \frac{\Delta P_{Fe}}{150} = \frac{545}{150} = 3,63 \text{ W}.$$

Nastawiono przy $x_m = 1360 \Omega$ taką wartość r_{Fe} , że ΔP_{Fe} wynosiło 3,8 W. Wartości oporności podane są na rys. 8.

4.2.4. Wyniki pomiarów

Stan jałowy

Pomierzono: $i_0 = 0,155 \text{ A}$.

Po przeliczeniu $I_0 = 50 \cdot i_0 = 50 \cdot 0,155 = 7,75 \text{ A}$.

Stan pracy znamionowej

Włączono watomierz tak, ażeby mierzył moc oddawaną przez silnik (patrz pkt. 1)

i nastawiono oporność $r_2 \cdot \frac{1-s}{s}$ tak, ażeby $P = P_2 + \Delta P_{mech} = 9000 + 270 = 9270 \text{ W}$ lub w skali 1:150

$$P = \frac{9270}{150} = 61,8 \text{ W}.$$

Oporność $r'_2 \cdot \frac{1-s}{s}$ wyniosła przy tym 615 Ω .

Stąd poślizg s przy określonym wyżej $r'_2 = 30,1 \Omega$,

$$s = \frac{r_2'}{615 + r_2'} = \frac{30,1}{615 + 30,1} = 0,047 \text{ lub } s = 4,7\%$$

a prędkość obrotowa

$$n = n_s (1 - s) = 1000 \cdot (1 - 0,047) = 953 \text{ obr/min.}$$

Moment znamionowy

$$p_{zn} = 64,4 \text{ W}; \quad M_{zn} = 973,5 \cdot \frac{P}{n_s} = 973,5 \cdot \frac{64,4 \cdot 150}{1000} = 9,4 \text{ mkG.}$$

Prąd znamionowy

$$i_1 = 0,374 \text{ A}; \quad I_1 = 50 \cdot i_1 = 50 \cdot 0,374 = 18,7 \text{ A.}$$

Moc pobrana

$$p_1 = 71 \text{ W}; \quad P_1 = 150 \cdot p_1 = 150 \cdot 71 = 10650 \text{ W.}$$

Współczynnik mocy

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I} = \frac{10650}{1,73 \cdot 380 \cdot 18,7} = 0,858.$$

Sprawność

$$\eta = \frac{P}{P_1} = \frac{9000}{10650} = 0,846.$$

Stan zwarcia

Prąd zwarcia

$$i_r = 1,916; \quad I_r = 50 \cdot i_r = 50 \cdot 1,916 = 95,8 \text{ A.}$$

Względna wartość prądu zwarcia

$$\frac{I_r}{I_{zn}} = \frac{95,8}{18,7} = 5,12.$$

Moment rozruchowy początkowy

$$p_r = 100,5 \text{ W}; \quad M_r = 973,5 \cdot \frac{P_r}{n_1} = 973,5 \cdot \frac{100,5 \cdot 150}{1000} = 15,4 \text{ mkG.}$$

Względna wartość momentu rozruchowego początkowego

$$\frac{M_r}{M_{zn}} = \frac{15,4}{9,4} = 1,63.$$

Moment krytyczny

$$p_{kr} = 175,2 \text{ W}; \quad M_{kr} = 973,5 \cdot \frac{P_{kr}}{n_s} = 973,5 \cdot \frac{175,2 \cdot 150}{1000} = 25,7 \text{ mkG.}$$

Przeciążalność

$$\frac{M_{kr}}{M_{zn}} = \frac{25,7}{9,4} = 2,64.$$

W celu porównania wyników pomiarów z wartościami uzyskanymi z obliczenia zestawiono tablicę 2.

Tablica 2

Lp	Wielkość	Ozna- czenie literowe	Jed- nostka miary	Wartość		
				pomie- rzona na układzie	prze- liczona wg szalki lub obli- czona	wg obli- czenia
1	Prąd biegu jałowego	I_0	A	0,155	7,75	7,62
2	Moment początkowy rozruchowy	M_0	mkG	160,8 W	15,4	15,9
3	Względna wartość momentu po- czątkowego rozruchowego	M_1	—	—	1,63	1,715
		M_{21}	—	—	—	—
4	Prąd znamionowy dla 380 V	I_{zn}	A	0,374	18,7	19
5	Moment znamionowy	M_{zn}	mkG	64,4 W	9,4	9,3
6	Poślizg znamionowy	s_{zn}	%	—	4,7	5,5
7	Znamionowa prędkość obrotowa	n_n	obr/min	—	953	945
8	Współczynnik mocy znamiono- wy	$\cos \varphi$	—	—	0,858	0,865
9	Moc pobrana	P_1	W	71	10650	10750
10	Sprawność	η	—	—	0,845	0,837
11	Prąd zwarcia	I_r	A	1,916	95,8	92,5
12	Względna wartość prądu zwarcia	I_r	—	—	3,12	4,85
		I_{kr}	—	—	—	—
13	Moment krytyczny	M_{kr}	mkG	175,2 W	25,7	25
14	Względna wartość momentu krytycznego	M_{kr}	—	—	2,64	2,7
		M_{zn}	—	—	—	—

4.2. Pomiar na schemacie zastępczym silnika indukcyjnego dwuklatkowego

4.2.1. Dane silnika wg książki Liewschitz, [5] t. III tłum. włoskie, str. 254:

$$\text{Moc } 15 \text{ kW}, \quad 380 \text{ V}, \quad 2p=4;$$

$$R_1=0,257 \, \Omega; \quad X_1=0,706 \, \Omega; \quad X_m=28,2 \, \Omega;$$

$$R_{Fe}=342 \, \Omega \quad (\Delta P_{Fe}=350 \text{ W});$$

$$X'_c=0,129 \, \Omega; \quad X'_{x1}=0,11 \, \Omega; \quad R'_1=1,41 \, \Omega; \quad X'_2=0,305 \, \Omega;$$

$$X'_p=2,41 \, \Omega; \quad R'_p=0,274 \, \Omega.$$

$$\text{Straty mechaniczne } \Delta P_{mech}=200 \text{ W}.$$

4.3.2. Skala

Do odtworzenia schematu zastępczego silnika użyto następujących skal:

- skala oporów 100 : 1,
- skala napięcia $U = 220$ V,
- skala prądu 1 : 100,
- skala mocy 1 : 300.

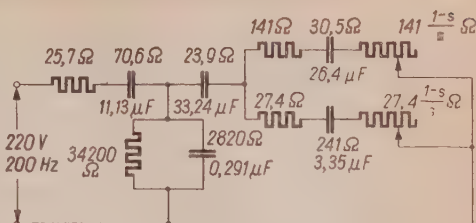
Wobec tego wszystkie oporności zostały odtworzone w skali 100 : 1. Częstotliwość napięcia zasilającego wynosiła 200 Hz.

4.3.3. Dobór oporności

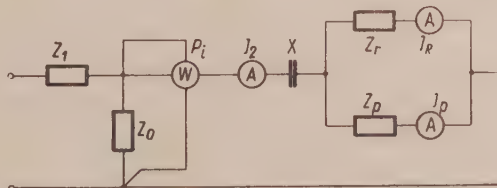
Wartości oporności dobierano analogicznie jak w punkcie 4.2.3. Wartości te podano na rys. 10.

4.3.4. Wyniki pomiarów

Pomiary na schemacie zastępczym silnika przeprowadzono dla różnych wartości poślizgu dwukrotnie, raz przy włączeniu amperomierza i watomierza na wejściu do układu i drugi raz przy włączeniu amperomierza i watomierza jak na rys. 11.



Rys. 10. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego dwuklatkowego do pomiarów wraz z podanymi wartościami oporności czynnych i pojemnościowych.



Rys. 11. Układ do pomiarów dla silnika wg rys. 10.

Wyniki z obydwu cykli pomiarów zestawiono w tablicach 3 i 4.

Tablica 3
Pomiary na wejściu (po przeliczeniu wg skali)

L. p.	s	I	P ₁	P ₂	cos φ	η
		A	W	W		%
1	0.	5,96	420	0	0,107	0
2	0,0256	25,5	15500	14000	0,920	90,3
3	0,05	42,1	23700	20700	0,852	87,4
4	0,1	60,1	28100	23400	0,707	83,3
5	0,2	71,1	26500	19100	0,565	—
6	0,4	81,8	29600	14400	0,547	—
7	0,6	91	33900	11000	0,562	—
8	0,8	100	38700	6150	0,586	—
9	1	108	41700	0	0,585	—

Uwaga: Poz. 1 jest punktem biegu jałowego, poz. 2 — punktem pracy znamionowej, poz. 9 — punktem zwarcia.

Wartość P_2 podaną w tablicy obliczono ze wzoru

$$P_2 = P_i (1-s) - \Delta P_{\text{mech}}, \quad (8)$$

gdzie P_i jest mocą wewnętrzną otrzymaną z pomiarów wg tablicy 3.

Wyniki obliczeń podane w książce Liwshitz'a dla punktu pracy znamionowej (poz. 2) są następujące:

$$I = 29,9 \text{ A}, \quad P_1 = 16740 \text{ W}, \quad P_2 = 15000 \text{ W}, \quad \cos \varphi = 0,85; \quad \eta = 89,6\%.$$

Prąd rozruchowy (poz. 9) według obliczenia wynosi 114 A, zaś prąd biegu jałowego (poz. 1) — 8,25 A.

Tablica 4
Pomiary wg rys. 11 (po przeliczeniu wg skali)

L. p.	s	I_2	I_R	I_p	P_{1-}
		A	A	A	W
1	0,0256	24,7	3,95	19,8	14600
2	0,05	40,0	7,04	33,1	22000
3	0,1	56,2	12,65	46,2	26200
4	0,2	67,8	22,7	54,8	24000
5	0,4	76,8	38,5	57,2	24100
6	0,6	85,8	53,9	55,3	27600
7	0,8	95,2	67,1	53,0	30700
8	1	104,8	78,2	50,2	32000

U w a g a: Poz. 1 jest punktem pracy znamionowej, a poz. 8 — punktem zwarcia.

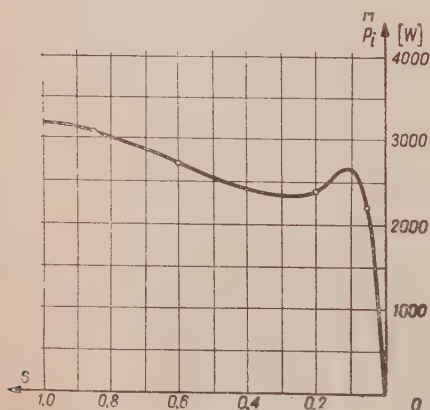
Prąd w klatce pracy przy obciążeniu znamionowym (poz. 1) wynosi wg obliczeń 19,5 A, zaś moc wewnętrzna przy rozruchu (poz. 8) — 32 500 W.

Jak widać z porównania wyników pomiarów z wynikami obliczeń rozbieżność niektórych wyników jest dość duża. Przypuszczalnie największą rolę odgrywa tu wpływ indukcyjności użytych oporników suwakowych przy 200 Hz oraz wpływ poboru mocy przez układ pomiarowy.

Różnice pomiędzy tablicą 3 i 4 wynikają z różnic przy nastawieniu na opornikach suwakowych wartości opo-

rów $\frac{R_p}{s}$ i $\frac{R_r}{s}$ w schemacie zastępczym.

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów narysowano wykres $P_1 = f(s)$ dla badanego silnika dwuklatkowego, który po zmianie skali jest równoznaczny z wykresem $M = f(n)$. Wykres ten przedstawiono na rys. 12.



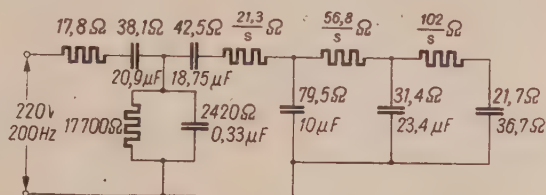
Rys. 12. Krzywa momentu rozruchowego w funkcji poślizgu dla silnika indukcyjnego dwuklatkowego wg rys. 10.

4.4. Pomiary na schemacie zastępczym silnika indukcyjnego, głębokożłobkowego

4.4.1. Dane silnika

Odwzorowano schemat zastępczy silnika do napędu wirówek cukrowniczych wg projektu opracowanego przez Zakład Maszyn i Napędów Elektrycznych. Silnik ten posiada głęboką klatkę mosiężną.

4.4.2. Dla odtworzenia schematu zastępczego silnika użyto identycznej skali jak w punkcie 4.3.2.



Rys. 13. Schemat zastępczy silnika indukcyjnego dwuklatkowego odwzorowany do pomiarów wraz z podanymi wartościami oporności czynnych i pojemnościowych.

Częstotliwość napięcia zasilającego wynosiła 200 Hz.

4.4.3. Wartości oporności dobrano analogicznie jak w punkcie 4.2.3. Wartości te podano na rys. 13.

4.4.4. Wyniki pomiarów

Pomiary na schemacie zastępczym silnika głębokożłobkowego przeprowadzono dla różnych wartości poślizgu.

W schemacie zastępczym podanym na rys. 13 bezpośredni pomiar mocy oddanej przez silnik jest niemożliwy, można ją natomiast obliczyć ze wzoru

$$P_2 = (P_i - \Delta P_{\text{mech}}). \quad (9)$$

Wyniki pomiarów zestawiono w tabl. 5.

Tablica 5

L. p.	s	I_1		I_2		P_1		$\cos \varphi$		M	
		z pom.	z obl.	z pom.	z obl.	z pom.	z obl.	z pom.	z obl.	z pom.	z obl.
		A	A	A	A	W	W			mkG	mkG
1	0	9,1	8,96			900		0,150		0	0
2	0,05	52,2		4,6		30600		0,888		26,9	
3	0,1	78,3	79,3	70,5	75,3	41850	41600	0,810	0,795	35,8	37,2
4	0,2	107,8	109,5	100,2	105	48000	47300	0,676	0,655	39,2	39,8
5	0,3	117,8	123	109,4	117,5	49050	48900	0,631	0,602	38,7	39,4
6	0,5	135,4	141,5	126,6	135	50070	49900	0,567	0,536	43,9	38,3
7	0,7	147,6	153	137,6	147	52200	50500	0,536	0,500	43,6	37
8	1	162,0	172,5	151,6	161	53400	53700	0,499	0,473	42,1	36,8

Uwaga: Punkt 1 odnosi się do biegu jałowego, punkt 2 — do pracy znamionowej, punkt 8 — do stanu zwarcia.

4.5. Omówienie wyników przeprowadzonych pomiarów

Przeprowadzono pomiary jedynie pierwszych trzech typów silników (pkt. 4.2., 4.3., 4.4). Pomiarów na układzie silnika jednofazowego nie przeprowadzono ze względu na trudności z doбором dużej liczby elementów schematu zastępczego m. in. odpowiedniej indukcyjności i przekładnika o $\theta=1$ i małych stratach.

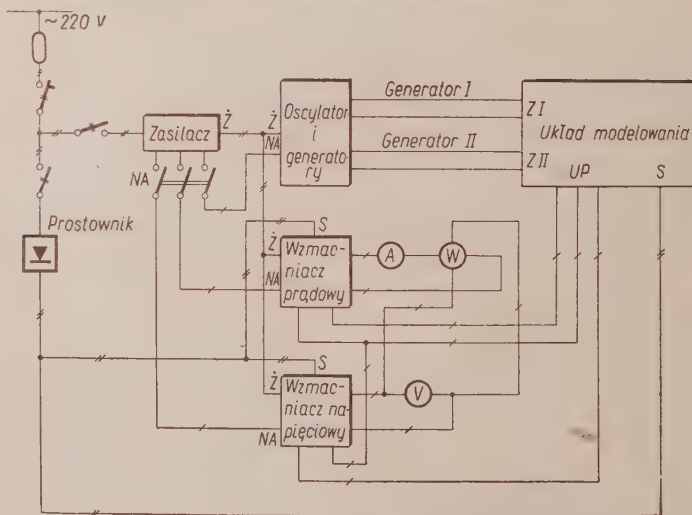
Porównanie wartości uzyskanych z pomiarów i obliczeń wykazuje, że różnią się one stosunkowo niewiele między sobą. Błędy pochodzą głównie od niedoskonałości użytych elementów oporowych i pojemnościowych oraz od dużego poboru mocy przez układ pomiarowy. Istnieją wszelkie podstawy do przypuszczenia, że po wyeliminowaniu omawianych błędów wyniki pomiarów będą znacznie dokładniejsze.

5. WYKONANIE ANALIZATORA

Analizator będzie się składał z następujących części podstawowych:

- układu zasilającego,
- układu pomiarowego,
- układu modelującego.

Całość urządzeń analizatora oraz wzajemne powiązanie poszczególnych części ze sobą zostało przedstawione na schemacie rys. 14.



Rys. 14. Schemat ideowy głównych obwodów analizatora

Oznaczenia: Z I — zasilanie z generatora I S — sterowanie
Z II — zasilanie z generatora II Z — żarzenie
UP — układ pomiarowy NA — napięcie anodowe.

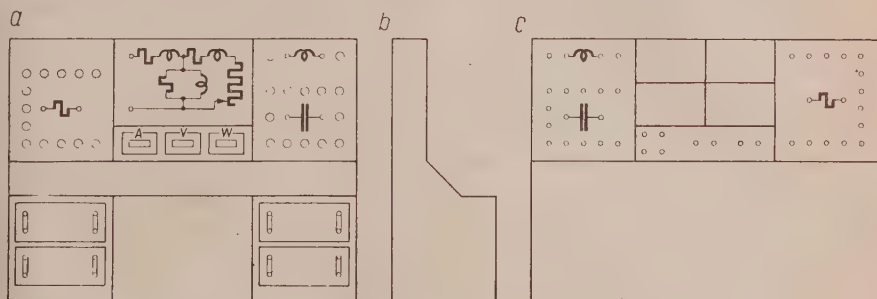
Do układu zasilającego należy zaliczyć: zasilacz i prostownik. Również oscylator i generatory¹ należy zaliczyć do układu zasilającego, po-

¹ Oscylator, generatory i wzmacniacze zostały zaprojektowane przez doc. dra L. Łukaszevicza.

nieważ generatory zasilają bezpośrednio układ modelujący napięciem o właściwej wartości i częstotliwości.

Do układu pomiarowego wchodzi wzmacniacze — prądowy i napięciowy oraz przyrządy pomiarowe — amperomierz, woltomierz i watomierz.

Układ modelujący zawiera tablicę ze schematem zastępczym, dekady oporowe, kondensatorowe i indukcyjne oraz zespół przekaźników do włączania układu pomiarowego.



Rys. 15. Orientacyjny wygląd analizatora
a — widok od przodu, b — widok z boku, c — widok od tyłu.

Rysunek 15 przedstawia wygląd zewnętrzny analizatora w kilku rzutach. Analizator zostanie wykonany w kształcie pulpitu z przybudówką w postaci szafki. Rozmieszczenie części analizatora jest następujące:

W lewej kolumnie pulpitu mieści się zasilacz oraz oscylator z generatorami. W prawej kolumnie zostaną umieszczone wzmacniacze: prądowy i napięciowy.

Na pochyłej części pulpitu będą umieszczone łączniki, przyciski sterownicze i lampki sygnalizacyjne. Będą to organy łącznikowe i sterownice układów zasilania i pomiarowego.

Wewnątrz szafy, u dołu (z dojściem od strony tylnej) zostaną umieszczone: stycznik dopływu głównego, przekaźniki do włączania generatorów oraz prostownik.

W części środkowej szafy, bezpośrednio nad pulpitem, zostaną umieszczone przyrządy pomiarowe.

Nad przyrządami pomiarowymi znajdzie miejsce tablica przednia (a od tyłu — tylna) układu modelującego. Na przedniej tablicy będą umieszczone organy sterownicze układu, a od tyłu — odpowiednie przekaźniki.

Po lewej stronie tablicy układu modelującego będą zmontowane dekady oporowe, a po prawej — dekady pojemnościowe i indukcyjne. Gałki pokrętne będą umieszczone od strony przedniej, a gniazdka łączeniowe — od strony tylnej analizatora.

Przeznaczenie poszczególnych części analizatora jest następujące:

Układ zasilający

Zasilanie analizatora będzie się odbywało z sieci jednofazowej prądu zmiennego 220 V. Moc przyłączeniowa wyniesie kilkaset watów.

Zasilacz służy do wytworzenia napięcia do żarzenia lamp i anodowego w oscylatorze, generatorach i wzmacniaczach pomiarowych.

Prostownik służy do zasilania prądem stałym układów sterowania i sygnalizacji we wzmacniaczach pomiarowych i w układach modelujących oraz do zasilania układów przekaźnikowych i sygnalizacyjnych do włączania napięcia generatorów I i II.

Oscylator wraz z generatorami I i II ma za zadanie dostarczanie napięcia roboczego dla układu modelującego. Generator I będzie dostarczał napięcia o fali sinusoidalnej o wartościach w zasadzie nieregulowanych 50 V i 5 V. Napięcie 50 V będzie służyło jako napięcie robocze do zasilania schematów zastępczych wszystkich czterech typów modelowanych silników. Napięcie 5 V przewidziane jest po to, aby umożliwić pomierzenie wartości oporności wchodzącej do układu modelowanego. Oporności te — czynne, pojemnościowe lub indukcyjne — mogą zmieniać swe wartość na skutek starzenia. Pomiar kontrolny tych oporności umożliwi nastawienie właściwej wartości oporności w modelowanym schemacie zastępczym.

Generator II będzie dostarczał napięcia również sinusoidalnego o wartości regulowanej w przedziale 10 ... 60 V. Napięcie to będzie przesunięte w stosunku do napięcia generatora I dokładnie o 90° i będzie wykorzystywane jedynie do zasilania schematu zastępczego silnika jednofazowego (patrz rys. 7).

Częstotliwość napięć obydwu generatorów wyniesie 500 Hz.

Moc każdego z generatorów na wyjściu wyniesie około 2 W.

Układ pomiarowy

W charakterze przyrządów pomiarowych — woltomierza, amperomierza i watomierza — użyte są trzy identyczne, elektrodynamiczne bezżelazowe miliamperomierze 100 mA, 500 Hz, bez oporności wstępnych. Przyrządy posiadają skalę pionową ze wskaźnikiem świetlnym.

Wzmacniacz prądowy zasila na wyjściu amperomierz i połączoną z nim w szereg cewkę prądową watomierza.

Na wejściu wzmacniacza prądowego zmontowany jest transformator służący do zmiany zakresów pomiarowych amperomierza i watomierza. Przewidziane są cztery zakresy pomiarowe: 2 mA, 5 mA, 10 mA, i 25 mA. Schemat ideowy układu na wejściu wzmacniacza przedstawia rys. 1

Wybór właściwego zakresu prądowego umożliwiony jest za pomocą przekąźnikowego układu sterującego, uruchamianego z pulpitu analizatora.

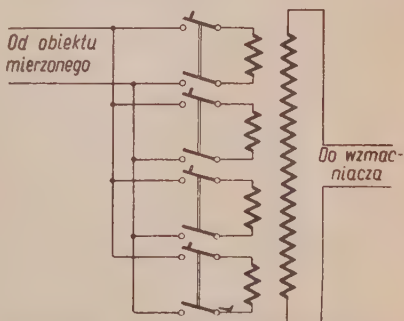
Wzmacniacz napięciowy zasila na wyjściu woltomierz i połączoną z nim równolegle cewkę napięciową watomierza.

Na wejściu wzmacniacza napięciowego zmontowane są dwa dzielniki napięcia.

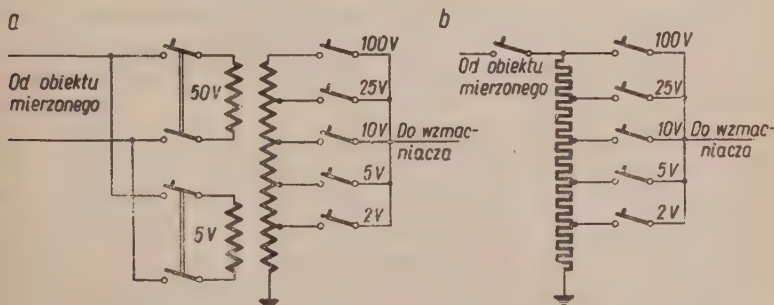
Jeden z nich — transformatorowy — posiada wejście dla 50 V i dla 5 V, a po stronie wtórnej transformatora — 5 zakresów pomiarowych, odpowiadających wejściu dla 50 V, a mianowicie 100 V, 25 V, 10 V, 5 V i 2 V, które przy wejściu 5 V zmniejszają swoją wartość również 10-krotnie w dół. Dzielnik transformatorowy przeznaczony jest dla pomiarów na układach o niezbyt dużych wartościach oporności.

Drugi dzielnik — oporowy wysokoomowy — jest przeznaczony do pomiarów na układach o dużej oporności, rzędu 500 000 Ω lub nawet powyżej. Dzielnik ten posiada również 5 zakresów pomiarowych odpowiadających zakresom dzielnika transformatorowego na wejściu 50 V.

Dzielniki napięciowe — transformatorowy i oporowy — są przedstawione na rys. 17a i b.



Rys. 16. Przełącznik prądowych zakresów pomiarowych na wejściu wzmacniacza prądowego.



Rys. 17. Przełączniki napięciowych zakresów pomiarowych na wejściu wzmacniacza napięciowego

a — transformatorowy dzielnik napięcia

b — oporowy wysokoomowy dzielnik napięcia.

Przełączenie zakresów pomiarowych oraz wejść transformatorowego i oporowego odbywa się za pomocą sterującego układu przekąźnikowego, uruchamianego przyciskami z pulpitu.

Układ modelujący

Układ modelujący przeznaczony jest do odtwarzania schematów zastępczych, na których będą przeprowadzane bezpośrednio pomiary.

Układ ten będzie składał się z następujących części: tablicy tylnej, na której będą dokonywane łączenia odpowiedniego układu, tablicy przedniej, zawierającej schemat mnemoniczny modelowanego schematu, układ sterowniczo-sygnalizacyjny z przekaźnikami oraz przyciski sterownicze i lampki sygnalizacyjne oraz dekad oporowych, pojemnościowych i indukcyjnych.

Ze względu na konieczność zachowania przejrzystości schematów modelowanych, przewiduje się cztery wymienne przednie tablice odpowiednio dla czterech rodzajów modelowanych silników. Aby nie robić również czterech wymiennych tylnych tablic, będzie wykonana jedna tablica, podzielona na cztery części. Na każdej z tych części będzie zmontowany układ gniazdek, umożliwiający wykonanie odpowiednich połączeń.

Zasada zastosowania przednich tablic wymiennych i tylnej tablicy podzielonej na cztery części wynika z pomyślanego sposobu obsługi analizatora.

Przewiduje się, że pracownik obsługujący analizator będzie siedział przed nim na krześle i dokonywał pomiarów, odczytując wychylenia przyrządów pomiarowych (patrz zestawienie całości analizatora — rys. 15).

Od przodu analizatora powinny więc być umieszczone wszystkie organy sterownicze i regulacyjne, umożliwiające dokonywanie dowolnych zmian parametrów modelowanego silnika oraz przeprowadzanie dowolnych pomiarów. Na przedniej części analizatora będą więc ześrodkowane wszystkie wyłączniki, przyciski sterownicze i lampki sygnalizacyjne, jak również gałki wszystkich dekad opornościowych, pojemnościowych i indukcyjnych.

Od tyłu analizatora przewidziane jest wykonywanie połączeń modelowanych schematów. Łączenia takie wykonywane są rzadko — przed przystąpieniem do pomiarów na danym rodzaju silnika, wobec czego wykonywanie połączeń od strony tylnej nie powinno sprawiać trudności.

Na tablicy przedniej układu modelującego będzie umieszczony schemat mnemoniczny w sposób właściwy, czyli tak jak jest przyjęte zazwyczaj go rysować (zaciski wejściowe od lewej strony schematu).

Na tablicy tylnej schemat będzie odwrócony.

Rysunek 18 przedstawia przednią tablicę (wymenną) analizatora ze schematem zastępczym silnika indukcyjnego bez wypierania prądu w wirniku.

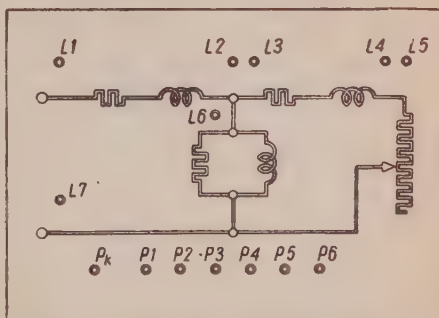
Schemat mnemoniczny przewidziany jest jako nakładany listewkowy. Umieszczone na tablicy lampki sygnalizacyjne mają za zadanie sy-

gnaizowanie stanu włączenia przyrządów pomiarowych. Zasada włączania przyrządów podana jest niżej. Przyciski sterownicze znajdujące się na dole tablicy (nad przyrządami pomiarowymi), mają za zadanie umożliwić włączanie układu pomiarowego w dowolny uprzednio przewidziany punkt schematu celem dokonania pomiaru odpowiedniej wielkości.

Na tylnej stronie przedniej tablicy (niewidocznej na rysunku) zmontowany będzie komplet przełączników, potrzebny do dokonywania łączy związanych z przeprowadzaniem pomiarów na danym schemacie.

Tylna tablica podzielona jest na cztery części. Na każdej z nich umieszczony jest komplet gniazd i zacisków, przewidziany do współpracy z jedną z tablic przednich, z których każda zawiera schemat jednego z czterech rodzajów modelowanych silników indukcyjnych.

Na rysunku 19 przedstawiony jest widok 1/4 części tablicy tylnej widzianej od tyłu analizatora dla silnika bez wypierania prądu w wirniku. Na tablicy są umieszczone gniazdka i zaciski stałe (patrz oznaczenia na

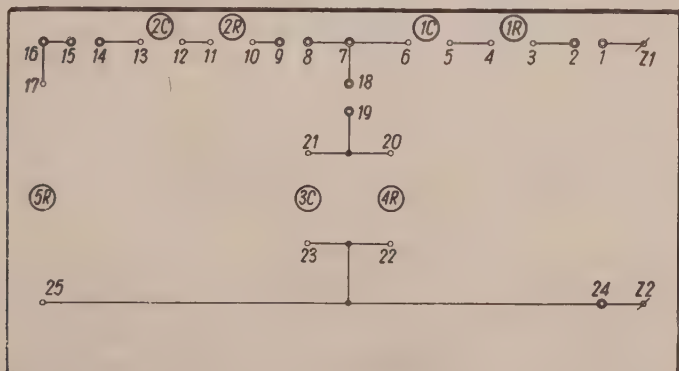


Rys. 18. Przednia tablica analizatora z układanym schematem listewkowym, lampkami sygnalizacyjnymi i przyciskami sterowniczymi

L1 ... L7 — lampki sygnalizacyjne

P1 ... P6 — przyciski sterownicze włączające

P_k — przycisk sterowniczy kasujący.



Rys. 19. Tylna tablica analizatora — czwarta część (widok od tyłu analizatora)

1, 2, 7, 8, 9, 14, 15, 16, 18, 19, 24 — zaciski stałe

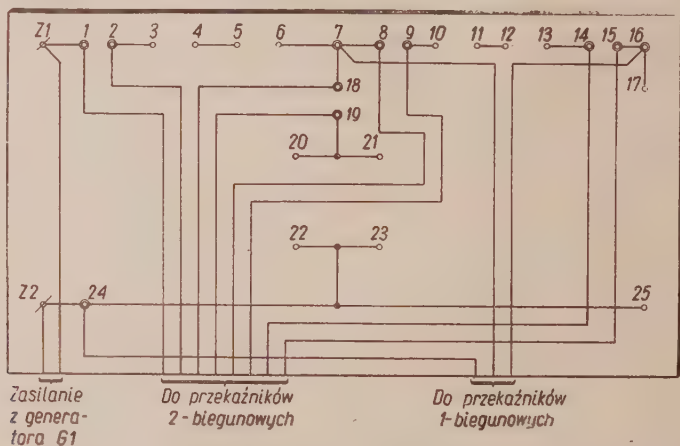
3, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 13, 17, 20, 21, 22, 23, 25 — gniazdka radiowe, Z1, Z2 — zaciski wejściowe

Liczby w kółkach — numery dekad oporowych (R) i pojemnościowych (C)

Linie łączące poszczególne zaciski — wrysowane na tablicy.

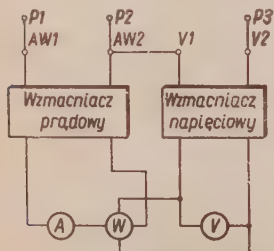
rys. 19). Do gniazdek (typu radiowego) będą włączone przewody łączące te gniazdką z odpowiednimi dekadami.

Zaciski stałe są połączone z właściwymi aparatami na stałe. Zaciski wejściowe Z1 i Z2 połączone są z przewodami, prowadzącymi od przełączników generatora I umieszczonego w pulpicie. Pozostałe zaciski służą



Rys. 20. Tylna tablica analizatora (strona wewnętrzna — widok od przodu analizatora przy wyjętej przedniej tablicy). Numeracja zacisków i gniazdek — jak na rys. 19. Linie łączące poszczególne zaciski — połączenia przewodowe.

do włączania przyrządów pomiarowych w odpowiednie miejsca schematu i są połączone za pomocą wtyczek i gniazd wielokrotnych z przełącznikami umieszczonymi na przedniej tablicy.



Rys. 21. Schemat ideowy wyprowadzeń układu pomiarowego.

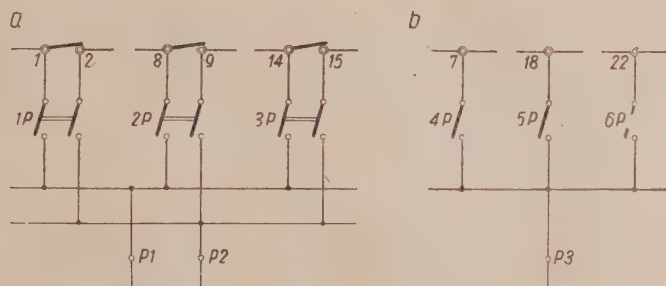
Widok 1/4 części tablicy tylnej dla silnika bez wypierania prądu w wirniku od strony odwrotnej (tzn. widzianej od przodu analizatora przy zdjętej przedniej tablicy) przedstawiony jest na rys. 20. Uwidocznione są na nim przewody łączące poszczególne gniazda i zaciski między sobą.

W celu przygotowania określonego schematu silnika do pomiaru, należy założyć odpowiednią tablicę za schematem mnemonicznym na przedniej stronie analizatora i połączyć ją z odpowiednią częścią tablicy tylnej oraz z zasilaniem.

Na tablicy tylnej należy wykonać połączenia z przewidzianymi do danego pomiaru dekadami (numery dekad jak np. 1 R, 3 C itd. są podane na odpowiedniej części tablicy tylnej). Po wykonaniu tych czynności można włączyć główne zasilanie i przystąpić do pomiaru.

Przewidziane jest, że układ pomiarowy będzie mógł być włączany za pomocą przekaźników w dowolne, przewidziane z góry miejsce schematu zastępczego.

Do przeprowadzenia takiego pomiaru należy włączyć obwód amperomierza i cewki prądowej watomierza w odpowiednią gałąź schematu



Rys. 22. Ideowy schemat włączania układu pomiarowego w poszczególne punkty schematu zastępczego
a — dla obwodu prądowego, b — dla obwodu napięciowego.

oraz przyłączyć woltomierz do odpowiednich dwóch punktów schematu.

Schemat ideowy układu pomiarowego podany jest na rys. 21. Zakończony on jest trzema zaciskami — dwoma prądowymi P1 i P2 i jednym napięciowym P3. Drugi przewód napięciowy (od woltomierza) połączony jest na stałe z P2 (patrz rys. 21).

Włączanie układu pomiarowego do schematu będzie się odbywało za pomocą przekaźników wg rys. 22. Wybór miejsca włączenia układu pomiarowego będzie dokonywany od przodu tablicy przedniej za pomocą przycisków sterowniczych.

Zakład Maszyn Elektrycznych
I. El. Politechniki Warszawskiej

WYKAZ LITERATURY

1. Chang S. S. L.: A design method for capacitor start motors. AIEE Transactions, 1947, s. 1369.
2. Chang S. S. L.: The equivalent circuit of the capacitor motor. AIEE Transactions, 1947, s. 631.
3. Dubicki B.: Maszyny elektryczne. Podręcznik Inżyniera Elektryka, t. I. Warszawa 1947.
4. Kuhlmann J. H.: Design of electrical apparatus. New York, 1946.
5. Liwischitz M.: Elektrische Maschinen, t. III, Lipsk, 1934.
6. Lloyd T. C., Chang S. S. L.: A design method for capacitor motors. AIEE Transactions, 1947, s. 652.
7. Nürnberg W.: Die Asynchronmaschine. Berlin, 1952.

8. Postnikow I. M.: *Projektirowanje elektriczeskich maszin*. Kijów, 1952.
9. Richter R.: *Elektrische Maschinen*. t. IV, Berlin, 1946.
10. Suhr F. W.: *Symmetrical components as applied to the single-phase induction motor*. AIEE Transactions, 1945, s. 651.
11. Thacker M. S., Gopalakrishna H. V.: *Suggested improvements in the performance calculations of single-phase induction motors*. AIEE Transactions, 1950, t. I.
12. Thacker M. S., Gopalakrishna H. V.: *Design of auxiliary circuits of single-phase induction motors*. AIEE Transactions, 1949, t. II, s. 1373.
13. Veinott C. G.: *Moneca, a new network calculator for motor performance calculations*. AIEE Transactions, 1952, t. III, s. 231.
14. Winogradow, Siergiejew, Goriainow: *Projektirowanje elektriczeskich maszin*. Moskwa, 1950.

АНАЛИЗАТОР ДЛЯ РАСЧЁТОВ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

Электромагнитный расчёт асинхронных электродвигателей по заданным заранее параметрам, а в особенности серий электродвигателей довольно затруднителен и трудоемок ввиду необходимости выполнения большого числа вычислений и выбора из них самого выгодного варианта. Среди трехфазных электродвигателей особенно сложны расчеты электродвигателей с двойной беличьей клеткой и с глубокими пазами в роторе. Диаграммы этих электродвигателей представляют собой уже не круг, а кривую высшего порядка, что значительно усложняет расчеты. Еще сложнее расчеты однофазных электродвигателей, в которых необходимо учитывать влияние прямого и инверсионного вращающихся полей.

Эти затруднения привели конструкторов американской фирмы Вестингауз к мысли создать анализатор для расчетов однофазных электродвигателей, который был назван ими „Монека” [13].

Авторы настоящей статьи пришли к убеждению, что такой анализатор выгодно было бы применить и для других видов электродвигателей. Решено было построить анализатор, который был бы пригоден для расчетов четырех чаще всего встречающихся в практике видов асинхронных электродвигателей, а именно:

трехфазных электродвигателей без вытеснения тока в стержнях ротора, трехфазных электродвигателей с двойной беличьей клеткой, трехфазных электродвигателей с глубокими пазами в роторе и однофазных электродвигателей.

Основой действия анализатора являются измерения, производимые на схемах замещения соответствующих видов электродвигателей. В результате измерений могут быть получены характеристики электродвигателей, в частности также характеристика пускового момента в функции скольжения.

Схемы замещения моделируются из декадных сопротивлений и емкости, а также индуктивностей. Таким образом создается возможность выбрать путем измерений на анализаторе самый выгодный вариант схемы замещения, а затем, применительно к нему, выполнить расчет.

Характерной особенностью анализатора является замена индуктивностей емкостями в схемах замещения. Эта замена не вызывает никаких искажений в расчетах. Векторная диаграмма, получаемая таким путем, является как бы

зеркальным отражением действительной диаграммы электродвигателя. Зато значительно повышается точность измерений, т. к. погрешности вносимые конденсаторами значительно ниже погрешностей, которые дают индукционные катушки. Последние будут применяться только в схемах замещения однофазных электродвигателей, для моделирования конденсаторов в пусковой и вспомогательной фазе.

Был проведен анализ численных значений активных и реактивных сопротивлений электродвигателей различной мощности и напряжений путем применения относительных единиц.

Расчеты показали, что значения активных сопротивлений и реактивностей, получаемых таким путем для электродвигателей разных мощностей и напряжений, колеблются в очень небольших пределах. Таким образом можно было ограничить требующиеся значения активных сопротивлений и реактивностей до небольших пределов. В практическом использовании анализатора электродвигатели будут моделироваться в определенном масштабе сопротивлений.

Выбор частоты питания — 500 гц, напряжения питания — 50в и максимального тока — 25 ма дал возможность ограничить мощность анализатора до порядка нескольких ватт. Благодаря этому дана была возможность применить электронный генератор в качестве источника питания.

Для измерения малых мощностей и токов а также напряжений порядка 50 в и ниже применены ваттметр, амперметр и вольтметр с электронными усилителями.

Анализатор будет использоваться главным образом в конструкторских бюро электрических машин и научно-исследовательских институтах.

Работы по проектированию анализатора ведутся с самого начала под руководством профессора Болеслава Дубицкого, сперва в Институте Электротехники, а затем в Кафедре Электрических Машин Варшавского Политехникума.

THE NETWORK CALCULATOR FOR CALCULATION OF INDUCTION MOTORS

The performance calculation of induction motors is executed usually on the basis of equivalent circuit by means of analytical methods or by graphical methods (circle diagram). The calculations are especially troublesome in the case of double squirrel-cage and the motors with squirrel-cage made of high bars. Still more complicated is the performance calculation of single-phase motors. When designing motors or series of motors the performance calculation must be repeated many times for different circuit constants with the aim to attain the most convenient performance of motor.

To overcome this difficulties a network calculator — MONECA was built by the Westinghouse Electric Corporation in USA for calculation of single-phase motors.

The authors of this article suggested to build such a network calculator as well for single-phase as for three-phase motors of all kinds (with high bars in the rotor and with double squirrel-cage).

The operation of the calculator is based on equivalent circuits of separate kinds of induction motors. By measuring voltage, current and power in the circuit the performance of the motor may be predicted corresponding to the circuit constants.

The equivalent circuit is arranged of decade-set of resistances, reactances and capacitances. The characteristic feature of the calculator is the substitution of reactances in the equivalent circuit by capacitances and capacitances (applied in single-phase motors) by reactances. Thanks to that substitution raises the accuracy of calculation, because the losses in capacitors are much smaller than the losses in choke coils, and the choke coil is applied only in the case of single-phase motors having a capacitor in auxiliary winding.

An analysis of per unit values of resistances and reactances was performed and limits of possible values of circuit constants for motors of different powers and voltages were determined. When calculating the motors the circuit constants will be modelled in a suitable scale.

For supplying the calculator the frequency of 500 cycles was chosen, the voltage being 50 volts and maximum current 25 miliampers. On account of low power consumed by the circuit it was possible to apply as the source of the power a tube generator. The measuring instruments are connected by means of vacuum-tube amplifiers.

The calculator may serve for designing induction motors in constructional divisions and in institutes.

The calculator was designed under the direction of professor Bolesław Dubicki partly in the Electrotechnical Institute in Warsaw and afterwards in the Politechnical School in Warsaw.

621.318.124

R. SROCZYŃSKI

O wpływie czynników technologicznych na parametry magnetyczne ferrytów baru

Rękopis dostarczono 17. 1. 1959

W ramach prac doświadczalnych opracowano między innymi sposób wyrobu ferrytów baru z „odpadowego” surowca.

Prace nad technologią rozpoczęto od badania jakości surowców. Ponieważ większość z nich była dostarczona z jednego źródła i chodziło raczej o przeciętne wartości statystyczne, których można się było spodziewać w trakcie produkcji, nie badano specjalnie wpływu domieszek na własności magnetyczne materiału. Jak wynika jednak z pomierzonych wartości parametrów magnetycznych, wpływ ten jest niewielki nawet w stosunku do siarczanów.

Zbadano następnie i omówiono krytycznie przydatność metod termograficznych (termografia różnicowa i wagowa) do badania przebiegu reakcji, zachodzących przy wyżarzaniu surowców oraz podczas syntezy ferrytu.

Ustalono obszary przemian termicznych żółcieni żelazowej i węglanu baru oraz temperaturę syntezy ferrytu. Stwierdzono na tej podstawie, że tlenek żelaza podczas reakcji syntezy ferrytu ma własności autokatalityczne, obniżające temperaturę reakcji syntezy baru.

Podczas prac technologicznych stwierdzono, że jest wskazane przygotować mieszanke o pewnym ($0,5+1\%$) nadmiarze węglanu baru w stosunku do składu $\text{BaO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$. Wpływa to korzystnie na własności magnetyczne i mechaniczne materiału.

Z czynności technologicznych zbadano przebiegi dwóch operacji: przemiału i spiekania, które wpływają w sposób istotny na jakość produktu. Przy badaniu przemiału zwrócono uwagę zarówno na wpływ rozdrobnienia ziarna na jakość materiału, jak i na wpływ przemiału na temperaturę spiekania. Stwierdzono polepszanie się własności magnetycznych ze zwiększaniem czasu przemiału oraz przesunięcie maksimum natężenia powściągającego do obszaru coraz niższych temperatur przy zwiększonym czasie przemiału.

Omawiając spiekanie wskazano na konieczność rozdzielenia samego procesu na spiekanie wstępne (jedno lub kilka spieknię) i spiekanie ostateczne. Postulowano wybór wysokiej temperatury i krótkiego czasu spiekania wstępnego.

Przy pracach nad uzyskaniem anizotropii wybrano metodę polegającą na stosowaniu pola magnetycznego, orientującego cząsteczki w zawieszinie

wodnej. Zbadano tutaj wpływ stosunków wagowych wody i proszku na wartość pozostałości magnetycznej oraz obliczono i sprawdzono w praktyce natężenie pola magnetycznego, koniecznego do uzyskania tekstury anizotropowej.

1. SUROWCE

Przy opracowywaniu technologii produkcji na skalę przemysłową sprawą podstawową jest dobór odpowiednich surowców. Surowce te muszą jednocześnie spełniać warunki wynikające z technologii oraz odpowiadać pewnym wymaganiom ekonomicznym, co w praktyce nastęrcza bardzo poważne trudności. Ferryt barowy ($\text{BaO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$) powstaje w wyniku reakcji syntezy tlenków żelaza i baru, naturalną więc i najprostszą z punktu widzenia technologii sprawą byłoby użycie tlenków jako surowców wyjściowych. W praktyce jednakże można napotkać tu na pewne trudności, związane między innymi z wydajnością urządzeń technologicznych, warunkami transportu, zbyt małą czasami aktywnością i trwałością surowca, złym rozdrobnieniem itp. W wielu też wypadkach używa się soli, z których otrzymywany na miejscu tlenek ma dobre własności technologiczne, wysoką aktywność, ale z drugiej strony komplikuje sam proces technologiczny, wpływając przez to w poważny nieraz sposób na cenę wyrobu. Drogą zastosowania soli poszli też autorzy pierwszej opracowanej w Polsce technologii ferrytu baru: L. Kozłowski, Z. Ziółowski, B. Razumowski [5]. Opracowany przez nich materiał miał dobre własności magnetyczne i mechaniczne, ale był stosunkowo drogi wobec dodatkowych operacji rozkładu soli na tlenek. Z tych powodów wydawało się racjonalne opracować technologię ferrytu barowego w oparciu o łatwo dostępne i tanie surowce jakimi są: tlenek żelaza (Fe_2O_3) i węglan baru (BaCO_3). Wkrótce po rozpoczęciu pracy prof. dr J. Skowroński zwrócił mi uwagę na możliwość ewentualnego wykorzystania rżu polerskiego, po wykorzystaniu go w przemyśle szklarskim do polerowania szkła. Po szlifowaniu traktowany był on dotychczas jako odpad przemysłowy i wyrzucany na hałdy fabryczne, względnie do ścieków. Doniosłość ekonomiczna opracowania technologii w oparciu o „odpady” przemysłowe byłaby niewątpliwie duża, gdyż przy obecnej cenie tlenku żelaza i przy obecnym zapotrzebowaniu przemysłu szklarskiego rżu kilkudziesięciu ton, oszczędności roczne mogłyby sięgnąć miliona złotych. W chwili obecnej z ferrytu barowego produkuje się magnesy głośnikowe, pierścienie ogniskujące, pułapki jonowe, bieguny w małych maszynach elektrycznych, bieguny do iskrowników, niektóre magnesy do przyrządów kontrolnych. Duże ilości magnesów zużywa również przemysł zabawkarski. Oczywiście zapotrzebowanie krajowe na ferryty baru jest znacznie większe niż ilość surowca, możliwa do uzyskania z przemysłu szklarskiego, jednakże te względy nie mogą dyskwalifi-

fikować samej zasady wykorzystania odpadu przemysłowego dla produkcji jednego z wymienionych wyżej typów magnezów. Za takim rozwiązaniem przemawia również to, że przy zlokalizowaniu wytwórni, pracującej na odpadach na terenie Dolnego Śląska uniknęłoby się dalekich transportów, gdyż użytkownik byłby na miejscu.

Pierwsze prace nad zastosowaniem odpadu dały wyniki negatywne. Okazało się, że dostarczony odpad zawierał duże ilości siarczanów, które w nadmiernych ilościach, jak wykazały późniejsze badania, stanowią dodatek szkodliwy, gdyż w podwyższonej temperaturze w obecności BaCO_3 tworzą siarczan baru BaSO_4 , wpływający szkodliwie na sam przebieg reakcji i własności otrzymanego produktu.

Po zastosowaniu przemycania surowca otrzymano materiał o zawartości siarczanów od 1 do 2,5% o trochę niższej aktywności, spowodowanej innym kształtem ziarna. Dla porównania należy podać, że surowce wytwarzane specjalnie dla technologii ferrytów zawierały od 1—5% siarczanów. Dalsze prace potwierdziły użyteczność tego surowca.

2. BADANIE SUROWCÓW

Celem pracy było opanowanie procesów technologicznych do tego stopnia, aby móc wyprodukować materiał o zadanych z góry własnościach. W konkretnym przypadku ferrytów chodziło o opanowanie metod badania surowców, zbadanie przebiegu reakcji tworzenia się ferrytów, wreszcie o ustalenie zależności między technologią a własnościami magnetycznymi i mechanicznymi otrzymanych ferrytów. Badano następujące parametry surowców:

1. skład chemiczny, 2. powierzchnia właściwa, 3. rozpuszczalność w kwasach, 4. gęstość, 5. ziarnistość, 6. temperatury przemian termicznych, zdjętych: metodą termografii wagowej i metodą termografii różnicowej, 7. spiekalność.

Wybranie tytułu parametrów narzuciła praktyka. Aktywność surowca, czyli jego zdolność łączenia się z drugim surowcem jest uzależniona od powierzchni właściwej, własności katalitycznych, budowy krystalograficznej itp., przy czym wszystkie te czynniki wpływają łącznie na otrzymane wyniki. Według Hedvalla [3] s. 66 i 133 tlenek żelaza Fe_2O_3 , w zależności od sposobu wytwarzania, wykazywał zasadniczo różną aktywność, przy czym powodem tego nie był różny skład chemiczny, ale defekty siatki.

Oczywiście konieczność uwzględnienia tytułu parametrów na raz komplikuje badania i nie zawsze można wyciągnąć wnioski łączące w sposób jednoznaczny własności surowca z własnościami magnetycznymi gotowego produktu. Dalej zostaną omówione metody mniej znane.

Metody oznaczania powierzchni właściwej ciał stałych

Najbardziej prymitywna metoda oznaczania powierzchni właściwej ciał stałych polega na badaniu ich pod mikroskopem. Gdy substancja badana ma postać proszku, można w powyższy sposób określić wielkość i kształt jej cząstek, a stąd obliczyć powierzchnię w m^2/g . Metoda ta jest jednak mało dokładna i nie daje się zastosować do ciał porowatych. Znacznie dokładniejsze wyniki daje badanie tych ciał za pomocą mikroskopu elektronowego. Na rys. 1 i 2 przedstawiono zdjęcia ziarna amoniakalnej czerwieni żelazowej pochodzącej z Olawy (rys. 1) i Andrespola



Rys. 1. — Ziarno amoniakalnej czerwieni żelazowej (Olawa) wyżarzonej w 800°C .

Zdjęcie wykonane przy zastosowaniu mikroskopu elektronowego. Powiększenie 13 000 \times .



Rys. 2. — Ziarno amoniakalnej czerwieni żelazowej (Andrespol) wyżarzone w 800°C .

Zdjęcie wykonane przy zastosowaniu mikroskopu elektronowego. Powiększenie 13 000 \times .

(rys. 2)¹. Na podstawie tych zdjęć można z góry stwierdzić, że surowiec z Olawy powinien być bardziej aktywny niż surowiec z Andrespola, co w zupełności potwierdza doświadczenie. Oczywiście metoda ta ze względu na niewielką ilość mikroskopów nie może mieć zastosowania technicznego. Jest jednak dobrym uzupełnieniem metody BET (Brunauer, Emmet, Teller [1]) w badaniach naukowych, gdyż daje dodatkowe wiadomości o materiale, a mianowicie o kształcie ziarna.

Inna metoda oznaczania powierzchni właściwej polega na pomiarze szybkości rozpuszczania ciała stałego w odpowiednich rozpuszczalnikach (np. metali w kwasach). Ilość rozpuszczonej w jednostce czasu substancji powinna być proporcjonalna do wielkości powierzchni jej sty-

¹ Zdjęcia wykonano w Pracowni Mikroskopii Instytutu Fizyki PAN.

z rozpuszczalnikiem. Metodzie tej postawić można jednak szereg zarzutów. Najważniejsze z nich to wpływ jakości powierzchni na szybkość rozpuszczania i fakt, że wewnątrz kapilar ciał porowatych stężenie rozpuszczalnika jest mniejsze niż w całej jego masie, mniejsza jest więc szybkość rozpuszczania.

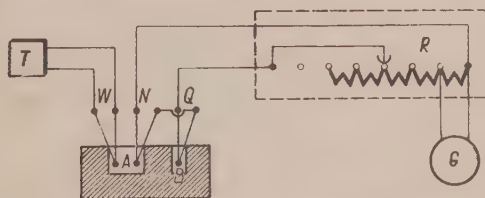
Najszerzej stosowanymi i dającymi najlepsze wyniki metodami oznaczania powierzchni właściwej są metody oparte o adsorpcję fizyczną par na powierzchni ciał stałych. Pomiar polega na oznaczeniu izoterm adsorpcji. Z izoterm tych obliczyć można kilkoma różnymi metodami wielkości powierzchni. Aczkolwiek różne sposoby obliczania powierzchni właściwej na podstawie izoterm adsorpcji opierają się na różnych założeniach, dają na ogół wyniki zgodne.

Podstawą do obliczeń powierzchni właściwej jest izoterma adsorpcji tj. zależność zaadsorbowanego gazu od jego ciśnienia w stałej temperaturze.

Do oznaczenia powierzchni właściwej stosowano metodę BET [1], przy użyciu azotu w temperaturze ciekłego powietrza (-195°C). Powierzchnia właściwa oznaczona metodą adsorpcji określa oddziaływanie w układzie ciało stałe — gaz, podczas gdy w przypadku spiekania istnieje oddziaływanie „ciało stałe + ciało stałe = ciało stałe”.

Metody badań temperatur przemian termicznych

Termiczna analiza różnicowa w zastosowaniu praktycznym (rys. 3) służy m. in. do badania jakościowych i ilościowych przemian i reakcji



Rys. 3. — Urządzenie do pomiarów różnicowych efektów termicznych

- T — wskaźnik temperatury,
- W — termopara do wskaźnika temperatury w substancji wzorcowej A,
- N — termopara do układu różnicowego w substancji wzorcowej A,
- Q — termopara do układu różnicowego w substancji badanej B,
- R — bocznic galwanometru,
- G — galwanometr statyczny.

w fazie stałej i ciekłej, do pomiaru znaku i wielkości ich efektów cieplnych, do oznaczenia ciepła właściwego, ciepła reakcji, energii wiązań, energii poszczególnych stanów uwodnienia, badanie przemian krystal-

graficznych. Daje więc tym samym sposób na ustalenie temperatur początku i końca oraz przebiegu różnych procesów. Jednakże ze względu na dużą ilość trudnych do opanowania w praktyce czynników, które wpływają w sposób zasadniczy na wyniki i dokładność pomiaru, jest to metoda trudna, zwłaszcza jeżeli chodzi o określenie ilościowej strony procesu. W układzie pomiarowym złożonym z pojemnika wraz z badaną próbką, substancji odniesienia oraz termopar różnicowych mogą zaistnieć sytuacje, które w zależności od warunków przenoszenia ciepła, związanych z zaprojektowaniem samego układu wpłyną na: 1. znoszenie linii podstawowej, 2. proporcjonalność powierzchni garbów zapisu różnicowego do efektów cieplnych w próbce i to zarówno co do kształtu i położenia, jak i czułości.

Normalnie stosuje się cztery rozwiązania układów pomiarowych: a) bloczek metalowy, b) bloczek ceramiczny, c) rozdzielone tygielki metalowe, d) rozdzielone tygielki ceramiczne.

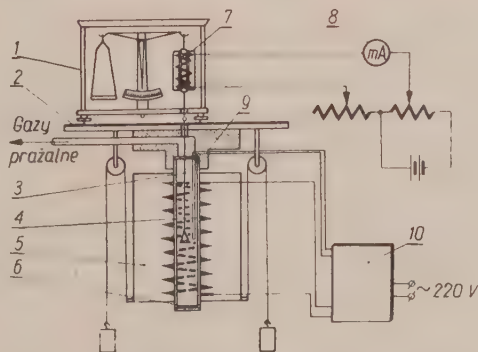
Przy zastosowaniu programowego ogrzewania można wyciągnąć następujące wnioski w zależności od typu zastosowanego układu:

Wniosek 1. Wobec dużego wpływu konwekcji i promieniowania największe znoszenie linii podstawowej następuje przy rozdzielonych tygielkach metalowych, a najmniejsze w przypadku bloczków metalowych. Przy założeniu stałości pozostałych parametrów znoszenie linii podstawowej wzrasta wraz z szybkością ogrzewania oraz ze zmniejszeniem się stosunku objętości do powierzchni próbki (najkorzystniejszym więc kształtem jaki należałoby nadać próbce będzie kula). Dalsza trudność wyłania się, gdy próbka i substancja odniesienia mają różne współczynniki temperaturowe przewodzenia. Czasami można ten niekorzystny wpływ na linię podstawową wyeliminować przez rozcieńczenie próbki substancją odniesienia. Jednakże nawet w ten sposób nie da się uniknąć przesunięcia linii podstawowej po reakcji w porównaniu z położeniem przed reakcją, co wynika ze zmian ciepła właściwego i gęstości próbek podczas reakcji. Z drugiej strony może to jednak być uważane za jedną z charakterystyk danej próbki.

Wniosek 2. Powierzchnia garbu zapisu różnicowego, przy pominięciu w pierwszym przybliżeniu wpływu przewodzenia ciepła w drutach termoelementu, zależy w przypadku bloczków metalowych i rozdzielonych tygielków ceramicznych od własności próbki, tj. od efektu cieplnego i przewodnictwa cieplnego próbki o danym kształcie; nie zależy natomiast od szybkości ogrzewania (przy założeniu jednak, że wzrasta ono liniowo) ciepła właściwego próbki i szybkości reakcji. W przypadku rozdzielonych tygielków metalowych i bloczków ceramicznych wyniki nie są zbyt pewne wskutek wzajemnego przenikania się pól cieplnych próbki i substancji odniesienia. Przy porównaniu wyników nie można brać tylko po

uwagę jednakowych mas badanych próbek, ale trzeba też uwzględnić ich kształt, jednolitość uziarnienia, atmosferę w jakiej się reakcja odbywa, wreszcie rozcieńczenie badanej próbki substancją odniesienia. W rozważaniach powyższych został pominięty wpływ przewodzenia ciepła wzdłuż drutu termopar na powierzchnię garbów zapisu. Trzeba stwierdzić, że jest on znaczny i może być w znacznej mierze wyeliminowany jedynie przez zastosowanie stałych warunków pomiaru, tj. przez zachowanie stałej długości drutów termopary różnicowej, wysokości położenia spiny termopary w próbce i substancji odniesienia, średnicy drutów termopary oraz wielkości główki spiny termopary. Jednakże nawet przy zachowaniu powyższych warunków dokładność pomiaru może nie być zbyt wysoka, a to ze względu na zmiany przewodnictwa właściwego próbek z temperaturą.

Dalszą najpoważniejszą być może trudność stanowiła wysoka aktywność samych surowców (tlenku żelaza i węgla baru), jak również mieszanki ferrytowej, które zwłaszcza w podwyższonych temperaturach wchodziły w reakcję z tygielkami. W tych warunkach wiarygodność pomiarów jest największa przy zastosowaniu tygielków platynowych. Najwłaściwszą metodą prac jest jak zwykle możliwość prowadzenia ich jak

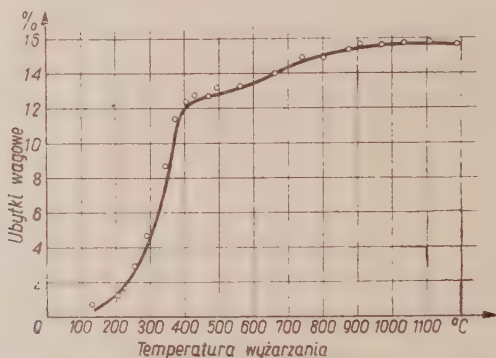


Rys. 4. — Urządzenie do pomiarów wagowych efektów termicznych:

1 — waga elektromagnetyczna, 2 — płyta azbestowa, 3 — drucik platynowy, 4 — termopara, 5 — piec elektryczny, 6 — kłapa regulująca dostęp powietrza, 7 — cewka z ruchomym rdzeniem, 8 — miliamperomierz, 9 — płyta grafitowa, 10 — termoregulator.

najbardziej szerokim frontem, dlatego też pożądane jest jednoczesne prowadzenie badań termograficznych za pomocą termicznej analizy różnicowej jak i termicznej analizy wagowej, która rejestruje wzrosty wzgl. ubytki masy próbki (rys. 4). Przy zdejmowaniu termogramów wagowych tlenku żelaza chodzi o ustalenie, w jakich tempera-

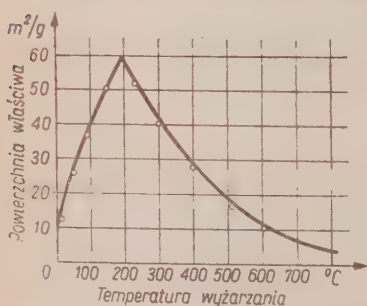
turach traci on wodę krystalizacyjną. Dla węglanu baru należy ustalić temperaturę jego rozkładu. Wreszcie przy badaniu reakcji tworzenia się ferrytu barowego trzeba określić temperatury początku i końca syntezy. Wszystkie opisane powyżej zjawiska zachodzą przy wyraźnych zmianach masy próbki, wywołanych utratą wody krystalizacyjnej bądź wywiązaniem się CO_2 . Na rys. 5 przedstawiono wyniki badań nad



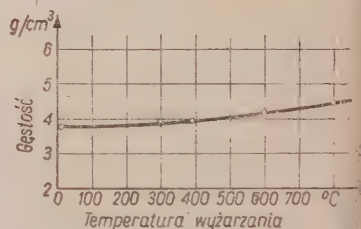
Rys. 5. Termogram wagowy żółcienia żelazowej.

uwodnionym tlenkiem żelaza, czyli tzw. żółcieniem żelazową. Jak wynika z termogramu, utrata wody krystalizacyjnej następuje w przedziale temperatur $200 \div 400^\circ\text{C}$.

Prażenie żółcieni w temperaturze 200°C (rys. 6) zwiększa wielokrotnie jej powierzchnię właściwą. Oczywiście zjawisko to jest bardzo pożądane



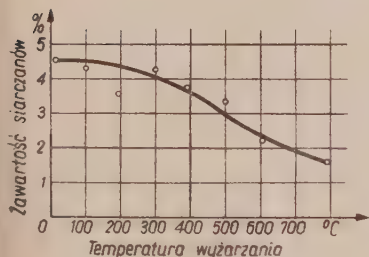
Rys. 6. — Powierzchnia właściwa tlenku żelazowego w funkcji temperatury wyżarzania.



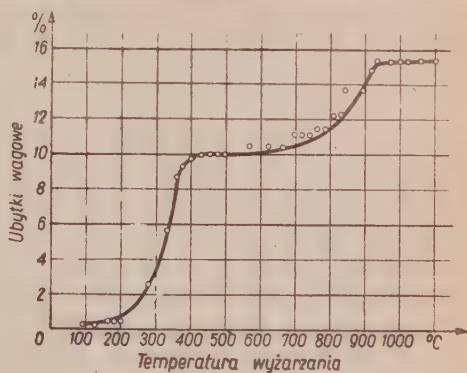
Rys. 7. — Gęstość tlenku żelazowego w funkcji temperatury wyżarzania.

gdyż wpływa korzystnie na aktywność surowca. Wpływ prażenia gęstość i zawartość siarczanów pokazano na rys. 7 i 8. Jak wynika z charakterystyk, gęstość wzrasta z temperaturą wyżarzania, natomiast zawartość siarczanów maleje. Siarczany stanowią szkodliwy dodatek

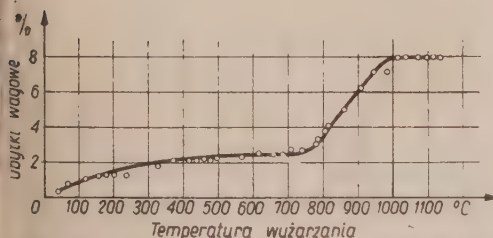
tlenku żelazowego, z tego też względu najkorzystniej byłoby prażyć żółcień w możliwie wysokiej temperaturze. Z drugiej jednak strony prowadziłyby to do uporządkowania struktury, a zatem do obniżenia



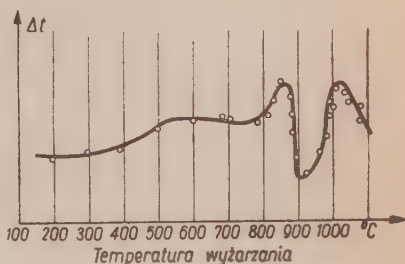
Rys. 8. — Zawartość siarczanów w tlenku żelazowym w funkcji temperatury wyżarzania.



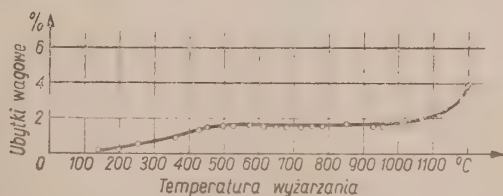
Rys. 9. — Termogram wagowy syntezy ferrytu baru (tlenek żelazowy jako żółcień).



Rys. 10. — Termogram wagowy syntezy ferrytu baru (tlenek żelazowy jako czerwień).



Rys. 11. — Termogram różnicowy syntezy ferrytu baru.



Rys. 12. — Termogram wagowy węglanu baru.

aktywności surowca. Poza tym należy zauważyć, że metoda prażenia żółcień żelazowej na czerwień i stosowanie dopiero tej ostatniej jako surowca wyjściowego nie jest ekonomiczna, gdyż wymaga dodatkowych operacji technologicznych. Znacznie wygodniejszą i tańszą jest technologia ferrytu barowego w oparciu o żółcień żelazową, jako surowiec

wyjściowy. Termogramy syntezy ferrytu barowego pokazano na rys. 9, 10 i 11. Wynika z nich, że właściwa reakcja syntezy przebiega w temperaturze 800—1000°C. Jeżeli uwzględni się, że dysocjacja BaCO_3 zachodzi w znacznie wyższej temperaturze (rys. 12), wynika stąd, że tlenek żelazowy ma tu własności autokatalityczne, znacznie przyspieszające przebieg reakcji.

3. SYNTEZA FERRYTU BAROWEGO

Badanie składu chemicznego

Celem ustalenia optymalnego w praktyce składu chemicznego przebadano mieszanki ferrytowe o zawartości BaO w przedziale od 11% mol do 19% mol. Badaniami objęto surowce rozmaitego pochodzenia. Stosowano żółcień żelazową oraz tzw. róż polerski. Poniżej podano składy chemiczne surowców, używanych przy pracach doświadczalnych.

Surowiec —

Materiał	Żółcień żelazowa	
	Zawartość	
Fe_2O_3	Siarczanów	Części nierozpuszczalnych w H ₂ O
84 ÷ 87%	1,5 ÷ 5%	0,15 ÷ 0,7%

Surowiec —

Materiał	Czerwień żelazowa [żółcień żelazowa (1) wyżarzona w 300°C przez 3 godziny]	
	Zawartość	
Fe_2O_3	Siarczanów	Części nierozpuszczalnych w H ₂ O
94 ÷ 97%	1 ÷ 3,5%	0,15 ÷ 0,7%

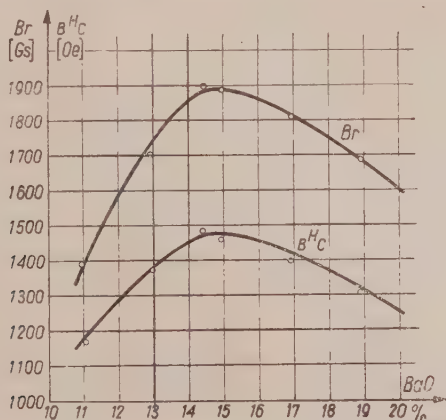
Surowiec —

Materiał	Czerwień żelazowa [żółcień żelazowa (1) wyżarzona w 800°C przez 3 godziny]	
	Zawartość	
Fe_2O_3	Siarczanów	Części nierozpuszczalnych w H ₂ O
95 ÷ 99%	0,8 ÷ 2,5%	0,15 ÷ 1,5%

W doświadczeniach używano węglanu baru o czystości 96—98%. W toku badań stwierdzono w odniesieniu do wszystkich stosowanych surowców, że zarówno pozostałość magnetyczna B_r , jak i natężenie

nie powściągające indukcji $B^H C$ (rys. 13) wzrastają ze zwiększającą się zawartością BaO aż do 14÷15%, a następnie maleją.

Obie charakterystyki mają duży kąt nachylenia w części wzrastającej, natomiast część malejąca odznacza się stosunkowo łagodnym spad-



Rys. 13. — Pozostałość magnetyczna (B_r) i natężenie poświciągające ($B^H C$) w funkcji procentowej zawartości BaO.

kiem. Omawiając charakterystyki technologiczne należy podkreślić, że w praktyce trudno jest osiągnąć idealną powtarzalność wyników większej ilości prób. Zależność więc wyraża się nie za pomocą linii krzywej

zy prostej, lecz raczej za pomocą pasma o pewnej szerokości (5—10% wartości maksymalnej). Podane charakterystyki

w postaci krzywych są górną obwiednią takich pasm. Oprócz własności magnetycznych sprawą istotną dla materiałów typu ceramicznego, jakim jest ferryt baru, będzie określenie skurczu

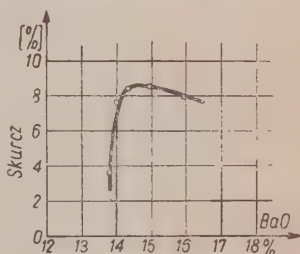
materiału, co się wiąże oczywiście z zachowaniem tolerancji wymiarów i osiągnięciem dużej gęstości. Na rys. 14 przedstawiono procentowy

skurcz próbek, prasowanych z mieszanek o zawartościach BaO w przedziale 13,5—16%. Wyres wykazuje gwałtowny wzrost skurczu przy

zadmiarze BaO w stosunku do składu stechiometrycznego $BaO \cdot 6 Fe_2O_3$. Oczywiście podane

wyniki cyfrowe nie mają znaczenia wartości absolutnych, gdyż w warunkach praktycznych będą zależały od sprasowania, zawilgocenia, itp.,

tem niemniej charakter zjawiska zostanie zachowany. Z powyższych badań wynika ważny wniosek praktyczny, dotyczący ustalania składu mie-



Rys. 14. — Skurcz próbki ferrytowej w funkcji procentowej zawartości BaO. Temperatura wyżarzania 1180°C.

szanki ferrytowej. Należy mianowicie stosować w praktyce pewien nadmiar BaO, wynoszący 0,5—1⁰%. Nie wpłynie to w sposób zasadniczy na własności magnetyczne materiału, które w pobliżu składu stechiometrycznego BaO · 6 Fe₂O₃ nie są specjalnie czułe na drobne różnice w zawartości BaO, natomiast pozwoli na znalezienie się na ustabilizowanej części charakterystyki skurczu, co ułatwi opanowanie procesu technologicznego w warunkach fabrycznych, gdzie nie sposób uniknąć drobnych różnic w składzie. A materiał jest specjalnie czuły wymiarowo na niewielkie różnice w zawartości BaO ponad 13,8⁰%.

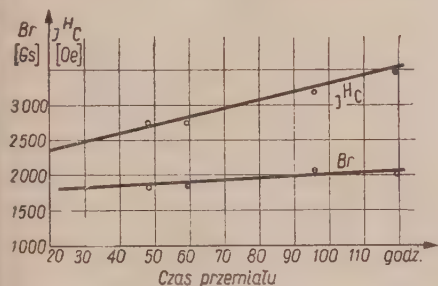
Tlenki bądź wodorotlenki żelazowe, stosowane w produkcji ferrytów baru, zawierają stosunkowo duże zawartości siarczanów (0,5—5⁰%), które w obecności BaCO₃, w podwyższonej temperaturze tworzą stały związek BaSO₄, przypuszczalnie obniżający własności magnetyczne gotowego produktu.

Badania przemiału

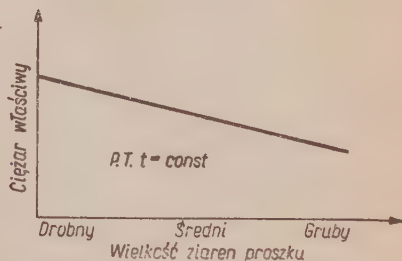
Celem tych prac doświadczalnych jest uzyskanie rozdrobnienia ziarna, zbliżonego do wielkości krytycznej. Ma to podwójne znaczenie: z jednej strony proces magnesowania zachodzić wtedy może tylko na drodze obrotu wektora magnetyzacji poszczególnych cząsteczek, co powoduje automatycznie wzrost natężenia powściągającego, z drugiej strony umożliwia nadanie materiałowi tekstury anizotropowej. Sprawa więc jakości przemiału nabiera istotnego znaczenia w procesie technologicznym. W pracach doświadczalnych dysponowano jedynie młynkami kulowymi o pojemnikach stalowych i do nich odnoszą się zdjęte charakterystyki rozdrobnienia. Nie miano możliwości korzystania z młyna vibracyjnego, gdzie — jak wiadomo — wskutek wibracji liczba zderzeń cząsteczek o siebie, ściany młyna i kule w porównaniu z młynem kulowym jest większa dwudziesto- lub nawet trzydziestokrotnie. Jasne jest więc, że efekty ekonomiczne przemiału powinny być odpowiednio większe, chociaż nie wydaje się aby uzyskać można w ten sposób lepszą jakość ziarna. Jak podaje Ryschkewitsch [6] przy użyciu młyna vibracyjnego można dla materiałów ceramicznych już po jednej godzinie uzyskać frakcję 2 μ w ilości prawie 100% załadowanej masy, gdy tymczasem w młynie kulowym po 72 godzinach frakcja 2 μ stanowi niecałe 40%. Sens ekonomiczny przemiału vibracyjnego jest więc widoczny, pod warunkiem oczywiście, że jakość otrzymanego ziarna nie ulegnie pogorszeniu.

Przy badaniu przemiału nasuwają się dwa zagadnienia ściśle zresztą z sobą związane: pierwszym będzie wpływ rozdrobnienia ziarna na własności magnetyczne gotowego wyrobu, drugim — wpływ jakości przemiału na warunki spiekania. Podstawowymi parametrami magnetycznymi materiałów na magnesy trwale są przede wszystkim: pozostałość

magnetyczna i natężenie powściągające. Zwiększenie czasu przemiału, a więc otrzymanie frakcji o drobniejszym ziarnie, powinno wpłynąć w sposób widoczny na zwiększenie natężenia powściągającego. Jak wiadomo, proces magnesowania może przebiegać dwiema drogami: przez przesunięcie warstwy przechodniej lub przez obrót wektorów magnety-



Rys. 15. — Pozostałość magnetyczna B_r i natężenie powściągające I^{H_C} w funkcji czasu przemiału (izotropowe ferryty baru).



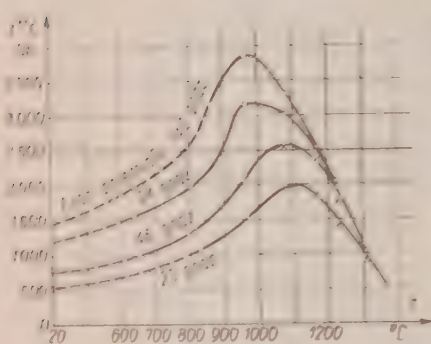
Rys. 16. — Zależność ciężaru właściwego spieków od wielkości ziarn.

zacji. Oczywiście w sprasowanej próbce, zawierającej drobniejsze ziarno, znacznie się zwiększy ilość ziarn jednodomenowych, magnesujących się tylko poprzez obroty wektora magnetyzacji, co oczywiście wpłynie na zwiększenie natężenia powściągającego. Na rys. 15 pokazano zależność natężenia powściągającego od czasu przemiału. Oczywiście w toku dalszych prac technologicznych, a mianowicie podczas spiekania, wraz ze wzrostem temperatury zanika cały szereg ziarn jednodomenowych i wskutek tego zmniejsza się natężenie powściągające.

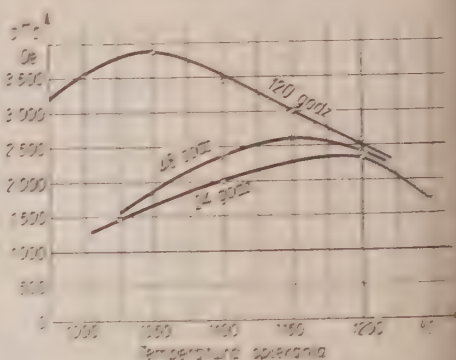
Drugim podstawowym parametrem magnetycznym materiału jest pozostałość magnetyczna. O jej wielkości decyduje w pierwszym rzędzie gęstość ferrytu. Jak wynika z typowej dla spieków zależności między ciężarem właściwym a wielkością ziarna (rys. 16) ciężar właściwy wzrasta odwrotnie proporcjonalnie do wielkości ziarna proszku ([4] s. 102). Należałoby więc oczekiwać podobnej zależności i dla pozostałości magnetycznej ferrytów. Wyniki doświadczalne, jak wynika z rys. 15, potwierdziły również i to założenie.

Osobnym zagadnieniem jest wpływ czasu przemiału na maksymalną temperaturę spiekania ostatecznego, przy której uzyskać można optymalne własności magnetyczne. Na rysunkach 17 i 18 przedstawiono zależności natężenia powściągającego materiału od temperatury spiekania ostatecznego oraz czasu przemiału w młynie kulowym. Na rys. 17 przedstawiono wyniki prac doświadczalnych K. J. Sixtusa i towarzyszy [7]. Na rys. 18 przedstawiono wyniki doświadczeń własnych. Wyniki tych badań są istotne dla ustalenia procesów technologicznych, gdyż

wzrostu, ze *przewodność* magnetyczna, podobnie jak i ciężar właściwy, rośnie z temperaturą, podczas gdy natężenie powściągające posiada w określonej temperaturze ekstremum. Istnienie tego ekstremum (maksimum) można wytłumaczyć tym, że po sprasowaniu odległości po-



Rys. 17. — Natężenie powściągające $I^H C$ w funkcji temperatury spiekania ostętego dla różnych czasów przetrwania według K. I. Sixtusa.



Rys. 18. — Natężenie powściągające $I^H C$ w funkcji temperatury spiekania ostętego dla różnych czasów przetrwania według badań własnych.

między ziarnami w stosunkowo dużej, lecz ze wzrostem temperatury odległość ta maleje, a więc w jednostce objętości zwiększa się ilość cząsteczek jednodomenowych, co powoduje wzrost natężenia powściągającego. Wraz z dalszym wzrostem temperatury następuje splekanie, charakteryzujące się wzrostem ziarna, pojawia się więc warstwa przechodnie. Proces magnetyzowania może teraz przebiegać częściowo poprzez ich przesunięcia i w rezultacie natężenie powściągające spada. Jak wynika z charakterystyk, wraz ze zmniejszeniem się wymiarów ziarna (zwieksony czas przetrwania) maksimum przesuwa się do obszaru coraz niższych temperatur, gdyż proces splekania jest wtedy przelotowy i zaczyna się przy stosunkowo niskich temperaturach.

Spiekanie

W przelotnym procesie technologicznym, termiczny baronowy, poznajemy dwa rodzaje spiekania: spiekanie wewnętrzne i spiekanie zewnętrzne. W czasie spiekania chodzi o osiągnięcie dużej wytrzymałości mechanicznej, dużej gęstości spieku, możliwie największych wartości (przewodności magnetycznej i natężenia powściągającego, dużej gęstości powierchni prądów). Konieczność uwzględnienia tych parametrów narzuca szereg uwag, które niezmierznie sam proces, gdyby ograniczyć go tylko do jednej

spiekania. Wydaje się zatem celowe wykonać co najmniej dwa lub więcej piekań, przy czym w czasie spiekania wstępnych chodziłoby o całkowite przereagowanie ze sobą składników syntezy ferrytu baru i uzyskanie luźnych gęstości.

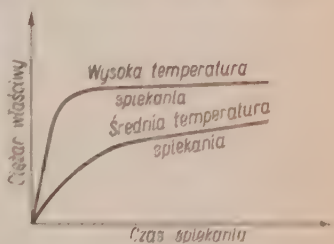
Jak wynika z termogramów, synteza ferrytu baru zachodzi przy temperaturze $600-1000^{\circ}\text{C}$, teoretycznie więc, można by ustalić temperaturę spiekania wstępnego nieco powyżej górnej granicy temperatury syntezy i dobrać odpowiedni czas wyżarzania. Praktycznie jednak ten sposób postępowania nie wydaje się być celowy. Jak wynika z ogólnej charakterystyki dla spieków, dotyczącej zależności między wzrostem ciężaru właściwego spieków a czasem ich spiekania przy średnich i wysokich temperaturach spiekania rys. 19 ([4] s. 161), znaczny wzrost gęstości następuje w stosunkowo krótkim czasie, po którym odbywa się powolny wzrost gęstości. Czas, w którym przebiega główny proces spiekania i wzrasta gęstość (skurcz), maleje z wzrostem temperatury, tak że przy spiekaniu przy wyższych temperaturach wpływ czasu jest coraz mniejszy. Ponadto przy wysokich temperaturach spiekania można otrzymać dużą gęstość, absolutnie nieosiągalną nawet przy dowolnie długich czasach spiekania w niższych temperaturach. Wszystko to przemawia za wyborem wysokiej temperatury przy krótkim czasie spiekania.

Oczywiście w praktyce napotykamy na to pewne trudności, związane z właściwością pieców stojących do dyspozycji oraz z bezwładnością ciężkich próbek, które w zależności od wymiarów będą wymagały różnych czasów spiekania.

Można byłoby również wywnioskować jeden zarzut, że porażenie spiekania przy wysokiej temperaturze następuje duży rozrost ziarn, a więc obniżenie natężenia przetrwałego. Zarzut ten jest jednak tutaj zupełnie nieistotny, gdyż po każdym spiekaniu wstępnym następuje przemiał, który pozwoli osiągnąć ziarno o zadanej wielkości.

Rozrost ziarn ma istotne znaczenie dopiero przy spiekaniu ostatecznym, gdzie trzeba znaleźć kompromis między dużym wzrostem pozostałości magnetycznej i gęstości, które wymagają wysokich temperatur spiekania a dużą wartością natężenia przetrwałego, którego swe maksimum w stosunkowo niższej temperaturze.

Dokładne omówienie charakterystyk spiekania nastąpi w rozdziale następnym.



Rys. 19. — Zależność między wzrostem ciężaru właściwego spieków a czasem ich spiekania przy średnich i wyższych temperaturach spiekania.

Uzyskiwanie anizotropii

Ferryty baru oprócz swych zalet ekonomicznych i magnetycznych mają jednakże stosunkowo niską pozostałość magnetyczną, w najlepszym wypadku osiągającą dla izotropowego ferrytu wartość do 2300 Gs. Gdy więc chodzi o uzyskanie dużego strumienia magnetycznego, przekrój magnesu z ferrytu baru musi być większy niż przy zastosowaniu magnesów ze stopów Al—Ni albo Al—Ni—Co, chociaż z drugiej strony jego grubość zmniejszy się. Ponieważ jednak cały szereg urządzeń ze względu chociażby na miniaturyzację sprzętu nie pozwala na poszerzenie obwodu magnetycznego, to chcąc w tych przypadkach zastosować ferryty baru należy zwiększyć jego pozostałość magnetyczną. Oczywiście najprostsza drogą jest nadanie materiałowi tekstury anizotropowej, tj. uzyskanie uprzywilejowanego kierunku magnesowania, w którym pozostałość magnetyczna teoretycznie może podwoić swą wartość w porównaniu z materiałem izotropowym. W przypadku materiałów stopowych, mających wysoką temperaturę Curie, stosowano studzenie w polu magnetycznym, jednakże ten sposób tutaj zupełnie zawodzi, ponieważ temperatura Curie ferrytu barowego wynosi 450°C , a temperatura topnienia jest o ponad 1000°C wyższa. Wtedy więc, gdy zewnętrzne pole magnetyczne może oddziaływać na poszczególne domeny i orientować je w żądanym kierunku, nie mają już one możliwości swobodnego obracania się.

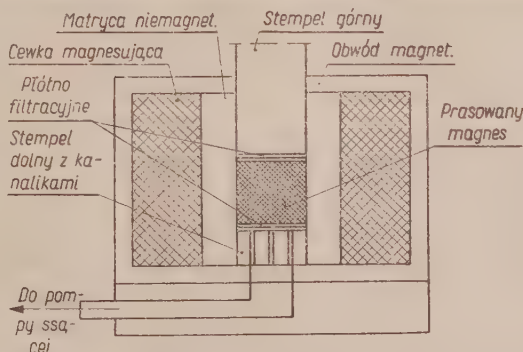
Można jednak łatwo ominąć tę trudność, jeżeli się zważy, że ferryty baru są materiałem spiekany, który w toku procesów technologicznych podlega przemiałowi. Chodzi więc o to, aby w trakcie przemiału rozdrobnić ziarno do wielkości krytycznej, przy której każda cząstka zawiera tylko jedną domenę. Następnie celem zmniejszenia tarcia cząsteczek o siebie należy przygotować zawieszinę proszku ferrytowego i poddać ją działaniu pola magnetycznego, które zorientowałoby cząsteczki w żądanym kierunku. W dalszym ciągu należałoby sprasować zawieszinę i wyżarzyć ją w piecu, nie naruszając jednak uzyskanej tekstury.

Istnieje również możliwość uzyskania anizotropii bez pomocy pola magnetycznego. Jak wykazały własne prace doświadczalne, udało się uzyskać próbki, dla których stosunek $B_r/4\pi J_s$, będący miernikiem anizotropii, przekraczał 0,5 nawet bez stosowania prasowania w polu magnetycznym, a tylko przez użycie stosunkowo wysokich ciśnień prasowania ($4 \div 10 \text{ ton/cm}^2$).

Zjawisko to zostało stwierdzone przez kilku autorów. Opracowan również metodę uzyskiwania anizotropii, polegającą na walcowaniu w podwyższonej temperaturze proszku ferrytowego, zaspawanego w rurze żelaznej. Metoda ta jest jednak trudna i niewygodna w użyciu a poza tym stopień wytworzonej w ten sposób anizotropii nie jest dużym

(2) i (8). Uzyskanie anizotropii bez stosowania pola magnetycznego jest możliwe z tego względu, że kryształy ferrytowe mają kształt blaszkowy, a nie kulowy i w trakcie prasowania dążą do równoległego ustawiania się.

W pracach doświadczalnych zastosowano jednak urządzenie do prasowania przy zastosowaniu pola magnetycznego, jako metody niewątpliwie



Rys. 20. — Schemat układu do prasowania anizotropowych magnesów bez otworów.

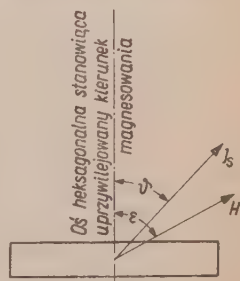
prostszej i skuteczniejszej w użyciu. W chwili obecnej stosowana jest ona powszechnie dla celów przemysłowych. Schemat układu przedstawiono na rys. 20.

Do matrycy z materiału niemagnetycznego wlewa się zawiesinę proszku ferrytowego. Po uruchomieniu pompy i włączeniu pola magnetycznego przykładają się ciśnienie. Sprasowane w ten sposób kształtki zawierają spore ilości wody (około 25%) i wymagają długiego suszenia, co ze względów ekonomicznych nie jest pożądane. Z tego to powodu przeprowadzono próby prasowania suchego. Napotkano tu jednak na poważne trudności, które sam proces czynią na razie nieopłacalnym. Maksymalne wartości pozostałości magnetycznej próbek wyniosły przy tej metodzie 2800÷3100 Gs.

Przy uzyskiwaniu anizotropii poprzez mokre prasowanie nasuwają się dwa zagadnienia:

1. ustalenie stosunków wagowych wody i proszku, celem zapewnienia poszczególnym ziarnom dużej swobody obrotu,
2. ustalenie minimalnej wartości natężenia pola magnetycznego, przy którym powstaje tekstura anizotropowa.

Rozważmy najpierw to drugie zagadnienie. Po zalaniu do formy pra-



Rys. 21. — Schemat cząsteczki jednodomenowej poddanej działaniu zewnętrznego pola magnetycznego.

wowiniej zawieszony proszek ferrytowy zostaje włączone pole magnetyczne. Pod jego wpływem wektor magnetyzacji spontanicznej J_s (rys. 21) każdego ziarna ulega obrotowi o $\angle \theta$ z położenia równowagi, określonej anizotropią krystaliczną. Dla ziaren ferrytów barowych uprzywilejowaną osią magnesowania jest heksagonalna oś kryształu. Oczywiście wskutek odchylenia wektora magnetyzacji spontanicznej z osi uprzywilejowanego położenia powstaje moment skręcający o wartości

$$M = K \cdot \sin 2\theta,$$

gdzie

K — współczynnik anizotropii krystalicznej.

Moment ten usuwa obrócić ziarno w kierunku przełożonego pola magnetycznego H .

Wartość maksymalna momentu jest równa K , gdy $\theta = 45^\circ$ lub 135° , a wartość minimalna równa się 0, gdy $\theta = 0, 90^\circ$ i 180° .

W zawieszinie wodnej proszku ferrytowego ziarno jest rozmaicie zorientowane i stąd w chwili włączenia dużego pola magnetycznego momenty skręcające, działające na poszczególne ziarna będą różnej wielkości, od wartości maksymalnych, równych K aż do 0. Naturalnie ziarna o momencie 0 nie zostaną zorientowane. Przypadek ten jako nastroczający specjalne trudności należy bliżej rozpatrzyć.

Gdy $\angle \alpha = 90^\circ$, a natężenie przyłożonego pola magnetycznego H jest większe niż $2K J_s$, wtedy wektor magnetyzacji spontanicznej ulega skręceniu o $\angle \theta = 90^\circ$, a moment skręcający $= 0$. Czasteczka pozostanie nieorientowana i nie tu nie pomoże dalsze zwiększenie natężenia pola magnetycznego. Wobec tego należy tak dobrać natężenie pola, aby w tym najbardziej niekorzystnym przypadku, gdy $\angle \alpha = 90^\circ$ względnie 0° lub 180° wektor magnetyzacji nie uległ skręceniu o 90° ($\angle \theta = 90^\circ$), ale o 45° , co da w efekcie maksymalny moment skręcający.

Natężenie pola magnetycznego musi mieć w tym przypadku wartość

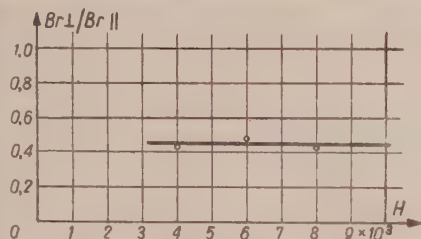
$$H \geq \frac{2 \cdot K}{J_s} \approx 11\,000 \text{ Oe}.$$

W praktyce, wlewając zawieszinę ferrytową do formy, nadajemy czasteczkom ruch obrotowy, dlatego też przypadek $\angle \alpha = 90^\circ$ jest prawie wykluczony, wobec tego natężenie pola magnetycznego nie musi być tak wysokie. Istotnie, jak wykazały prace doświadczalne, wystarczyło w zupełności pole o natężeniu $4000 \div 5000 \text{ Oe}$. Na rys. 22 pokazano zależność pomiędzy stopniem anizotropii materiału określonej stosunkiem pozostałości magnetycznej, mierzonej prostopadłe i równoległe do kierunku przyłożonego pola, a natężeniem tego pola magnetycznego.

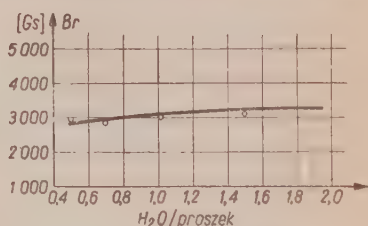
Przy prasowaniu w polu magnetycznym chodzi o zapewnienie maksymalnej swobody obrotów poszczególnych ziarn, a więc o odpowiedni

stosunek wody do proszku w zawieszinie. Przebadano zawiesziny o stosunku H_2O proszek od 0,7—2,0. Stwierdzono nieznaczne polepszenie warunków prasowania przy zwiększonej ilości H_2O (rys. 23).

Kształtki po sprasowaniu podlegają następnie spiekaniu w wysokich temperaturach. Nasuwa się w związku z tym pytanie, czy uzyskana pod-

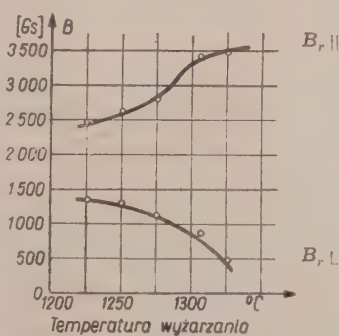


Rys. 22. — Stopień anizotropii ferrytów barowych określony stosunkiem $B_{r\perp}/B_{r\parallel}$ w funkcji natężenia orientującego pola magnetycznego.

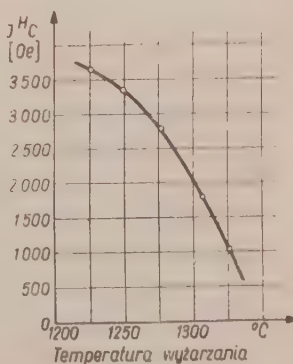


Rys. 23. — Pozostałość magnetyczna anizotropowych ferrytów barowych o stałej gęstości w funkcji stosunku $H_2O/\text{proszek}$.

czas prasowania anizotropia zostanie utrzymana podczas i po spiekaniu. Wiadomo przecież, że ze wzrostem temperatury swoboda ruchu poszczególnych domen wzrasta, a więc uporządkowana tekstura magnetyczna może zniknąć.



Rys. 24. — Pozostałość magnetyczna anizotropowych ferrytów barowych mierzona w kierunku równoległym i prostopadłym do przyłożonego pola magnetycznego w funkcji temperatury wyżarzania.

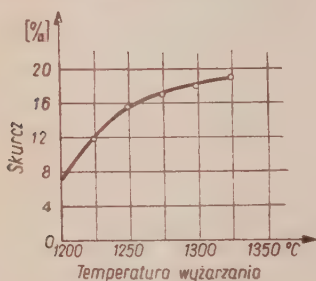


Rys. 25. — Natężenie polegające $10^{\circ}C$ anizotropowego ferrytu barowego w funkcji temperatury wyżarzania.

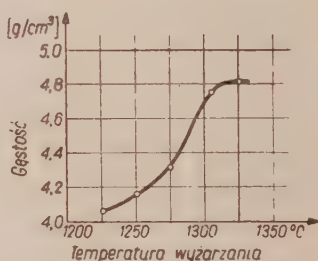
Prace doświadczalne potwierdziły znane zjawisko, że tekstura anizotropowa nie tylko nie znika ze wzrostem temperatury spiekania, lecz zostaje jeszcze silniej uwidoczniiona. Jak wynika z rys. 24, pozostałość magnetyczna, mierzona w kierunku równoległym do przyłożonego pola,

(B_r) zwiększa się ze wzrostem temperatury spiekania, a pozostałość magnetyczna mierzona w kierunku prostopadłym ($B_r \perp$) silnie maleje. A więc współczynnik anizotropii określony stosunkiem $B_{r \perp} / B_{r \parallel}$ również maleje, dążąc do 0. Jak wiadomo, współczynnik anizotropii dla materiału idealnie izotropowego ma wartość 1, a dla materiału idealnie anizotropowego równa się 0.

Chcąc wyjaśnić to zjawisko, należałoby założyć, że materiał jest konglomeratem cząstek większych, wśród których są rozsiane cząsteczki mniejsze o innej orientacji. Naturalnie powstaje wtedy między nimi napężenie powierzchniowe. Gdy podczas spiekania zostanie dostarczona



Rys. 26. — Skurcz anizotropowych ferrytów barowych w funkcji temperatury wyżarzania.



Rys. 27. — Gęstość anizotropowych ferrytów barowych w funkcji temperatury wyżarzania.

energia z zewnątrz, nastąpi rozrost ziarn większych kosztem zaniku mniejszych o innej orientacji. Każdy bowiem układ dąży do stanu o minimalnej energii własnej.

Dla potwierdzenia tej hipotezy można się posłużyć zaobserwowanym faktem, że ze wzrostem temperatury spiekania natężenie powściągające materiału anizotropowego silnie maleje (rys. 25). Związane jest to z zanikiem małych ziarn jednodomenowych na rzecz dużych, wielodomenowych, gdzie procesy magnesowania mogą zachodzić poprzez przesunięcia warstwy przechodniej, a to jest związane z obniżeniem natężenia powściągającego.

Zaobserwowany w czasie badań wzrost skurczu (rys. 26), a zwłaszcza gęstości (rys. 27) ze wzrastającą temperaturą spiekania ma podobny charakter jak wzrost pozostałości magnetycznej B_r (rys. 24).

WYKAZ LITERATURY

1. Brunnauer S., Emmet P. H., Teller B. J., Journal of American Chemical Society 60, 1938.
2. Gould J. E., Caig M. Mc., Nature 176, 1955.
3. Hedvall J. A., Reaktionsfähigkeit fester Stoffe, Leipzig 1938.

4. Kieffer R., Hotop W., *Metalurgia proszków i materiały spiekane*, Katowice 1951.
5. Kozłowski L., Zioliński Z., Razumowski B., *Przegląd Elektrotechniczny XXXI* 1955.
6. Ryschkewitsch E., *Oxydkeramik der Einstoffsysteme*, Göttingen 1948.
7. Sixtus K. I., Kronenberg K. I., Tenzer R. K., *Journal of Applied Physics* 27, 1956, s. 1051.
8. Stuijts A. L., Rathenau G. W., Weber G. W., *Philips Technische Rundschau* 16, 1955, s. 221.

О ВЛИЯНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА МАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ФЕРРИТОВ БАРИЯ

Опытным путем разработан метод получения ферритов бария из „отходов” сырья.

Разработка технологии начата от исследования качества сырья. Так как сырье доставлялось в подавляющем количестве из одного и того же источника и наибольший интерес представляли средние статистические показатели, выступани которых следовало ожидать в процессе производства, влияние примесей на магнитные свойства материала специально не исследовалось. Из замеров магнитных параметров вытекает иднако, что это влияние невелико, даже по отношению к сульфатам.

Далее исследована и критически обсуждена пригодность термографических методов (дифференциальная и весовая термография) исследования хода реакции выступающих при калении сырья и во время синтеза феррита.

Установлены зоны термических преобразователей железного желтого и карбоната бария, а также температура синтеза феррита. На основании этого констатировано, что окись железа во время реакции и синтеза феррита имеет автокаталитические свойства, понижающие температуру реакции синтеза бария.

В течение технологических опытов констатировано, что целесообразно изготовлять смесь с некоторым ($0,5 \div 1\%$) превосходством количества карбоната бария по отношению к составу $\text{BaO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$. Такой состав смеси влияет благоприятно на магнитные и механические свойства получаемого материала.

Что касается технологических операций исследованы две из них, а именно — перемол и спекание, которые значительно влияют на качество изготавливаемого продукта. При исследовании перемола обращено внимание на влияние грануляции как на качество материала, так и на температуру спекания. Констатировано улучшение магнитных свойств при увеличении времени перемола и передвижение максимума коэрсионного напряжения в направлении области температур понижающихся с ростом времени перемола.

Обсуждая спекание указано на необходимость разделения процесса на предварительное спекание (одно или большее количество спеканий) и окончательное спекание. Предложено избрание высокой температуры и малой продолжительности предварительного спекания.

При работах преследующих цель получения магнитной неоднородности материала избран метод заключающийся в использовании магнитного поля ориентирующего частицы в водяной взвеси. Исследовано также при этом влияние весовых соотношений воды и порошка на величину остаточного магнетизма и практически проверено напряжение магнитного поля необходимого для получения анизотропного строения материала.

INFLUENCE OF TECHNOLOGICAL FACTORS ON MAGNETIC PARAMETERS OF BARIUM FERRITE

In the course of performed experimental works a production method for ferrite barium made of waste of raw material has been developed. At first the qualities of the raw materials were investigated. As most of them derived from the same source it was rather of interest to establish their average statistical values which in production process one could expect and no special investigations, therefore, to find out the influence an admixture exercises on the magnetic properties were carried out.

However, as it derives from recorded measurements of values of the magnetic parameters, this influence actually with regard to sulphates is insignificant.

Subsequently the suitability of thermographic methods i. e. differential and weight thermography for the investigation of chemical reactions occurring by annealing of raw materials or during synthesis of ferrite has been examined and discussed.

The regions of thermal transformations for yellow ferrous, carbonate of barium and the temperature of ferrite synthesis were established. In this way it was discovered that during the synthesis reaction of ferrite the ferric oxide manifests autocatalytic properties reducing temperature of synthesis reaction of barium.

During technological investigations it has been proved that it is preferable to prepare a mixture with certain excessive amount of carbonate of barium (say 0.5—1%) in relation to $\text{BaO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$ composition; because it exercises a beneficial influence on magnetic and mechanical properties of raw material. The processes of regrinding and sintering essentially influencing the quality of product were then explored.

With regard to regrinding process a special attention was paid to the influence of granulation on the quality of material and that of regrinding on sintering temperature.

Amelioration of magnetic properties with extension of time of regrinding and displacement of maximum of tension restraining to region of decreasing temperatures at extended time of regrinding has been proved.

Whilst discussing sintering process the necessity of dividing of sintering itself into initial sintering (one or several sinterings) and final sintering is stressed.

Choice of high temperature and short space of time for initial sintering is favoured.

In the effort to achieve anisotropy the method applying magnetic field to direct particles suspended in water was used.

The influence of weight ratios of water and powder on the magnetic remanence was explored and magnetic field intensity for obtaining anisotropy texture is calculated and testified in practice.

621.3.014.12 : 621.3.015.33

J. HRYŃCZUK

Przyczynek do analizy zjawiska naskórkowości udarowej

Rękopis dostarczony 19. 1. 1959

Podano dokładne wzory na rozkład gęstości prądu oraz natężenia pola elektrycznego i magnetycznego w przewodzie o przekroju kołowym w stanie nieustalonym przy dowolnym kształcie prądu udarowego.

Przez zjawisko naskórkowości udarowej rozumiemy nierównomierny rozkład gęstości prądu wewnątrz przewodu poddanego działaniu udaru prądu. Przyczyną tego jest pojawienie się dodatkowego pola elektrycznego związanego z szybką zmianą pola magnetycznego prądu udarowego płynącego w przewodzie. Zjawisko naskórkowości w stanie ustalonym przy prądzie sinusoidalnym zmiennym było przedmiotem wielu prac i jest dokładnie zbadane. Naskórkowość udarowa mniej zbadana ma również poważne znaczenie, o czym świadczą prace S. Szpora [10], [11], A. Avramescu [1], H. Ryżki i W. Lidmanowskiego [9], P. Jacotteta [4], [5], Fr. Moellera [6], [7], L. Castagnetto [2].

W pracy niniejszej podano dokładne rozwiązanie zagadnienia dla przewodu o przekroju kołowym przy dowolnym kształcie przebiegu prądu udarowego.

Korzystając z praw Maxwella

$$\operatorname{rot} H = j, \quad \operatorname{rot} E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad j = \gamma E, \quad (1)$$

otrzymamy równanie opisujące rozkład gęstości prądu wewnątrz przewodu o przekroju kołowym w układzie współrzędnych cylindrycznych

$$\frac{\partial^2 j}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial j}{\partial x} = \gamma \mu \frac{\partial j}{\partial t}, \quad (2)$$

gdzie: j — gęstość prądu w A/m^2 ,

E — natężenie pola elektrycznego w V/m ,

H — natężenie pola magnetycznego w A/m ,

γ — przewodność elektryczna w $(\Omega \cdot m)^{-1}$,

μ — przenikalność magnetyczna w $\Omega \cdot s/m$,

- odległość od środka osi przewodu w m,
- promień przewodu w m,
- czas w s.

Na wstępie szukamy rozwiązania dla przypadku, gdy prąd ma kształt udaru prostokątnego:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ i_0 & \text{dla } t \geq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Rozwiązanie poza tym musi spełniać następujące warunki dodatkowe:

$$i_0 = 2\pi \int_0^r j(x, t) x dx, \quad (4)$$

$$j(0, t) < \infty, \quad (5)$$

$$j(x, -0) = 0. \quad (6)$$

Transformując równanie (2) otrzymamy równanie operatorowe

$$\frac{d^2 \bar{j}}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\bar{j}}{dx} = \gamma \mu p \bar{j}. \quad (7)$$

Przy uwzględnieniu warunku (5) rozwiązanie równania (7) będzie miało postać

$$\bar{j}(x, p) = A I_0(i \sqrt{\gamma \mu p} x), \quad (8)$$

$$\text{gdzie } i^2 = -1.$$

Stałą A wyznaczamy z warunku (4), skąd

$$A = \frac{i_0}{2\pi r} \frac{i \sqrt{\gamma \mu p}}{I_1(i \sqrt{\gamma \mu p} r)}. \quad (9)$$

Podstawiając wyrażenie na A z (9) do wzoru (8), otrzymamy

$$\bar{j}(x, p) = \frac{i_0}{2\pi r} i \sqrt{\gamma \mu p} \frac{I_0(i \sqrt{\gamma \mu p} x)}{I_1(i \sqrt{\gamma \mu p} r)}. \quad (10)$$

Celem otrzymania rozwiązania stosujemy transformację odwrotną

$$j(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{i_0}{2\pi r} i \sqrt{\gamma \mu p} \frac{I_0(i \sqrt{\gamma \mu p} x)}{I_1(i \sqrt{\gamma \mu p} r)} \frac{e^{pt}}{p} dp, \quad (11)$$

którą obliczamy korzystając z teorii residuów, mianowicie

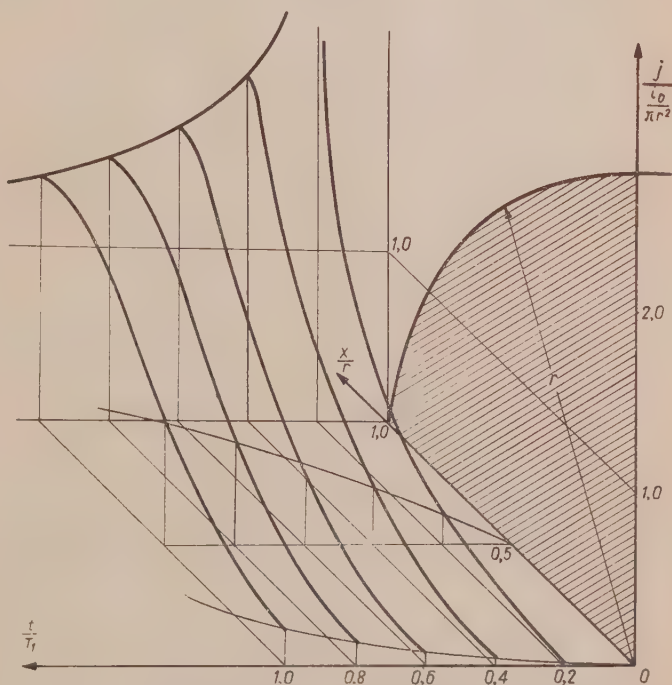
$$j(x, t) = \sum \text{Res} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i_0}{2\pi r} i \sqrt{\gamma \mu p} \frac{I_0(i \sqrt{\gamma \mu p} x)}{p \frac{d}{dp} I_1(i \sqrt{\gamma \mu p} r)} e^{pt} \Big|_{p=p_n} \quad (12)$$

gdzie

$$I_1(i\sqrt{\gamma\mu pn}r)=0. \quad (13)$$

Ostatecznie daje to pełne rozwiązanie (rys. 1).

$$j(\eta, t) = \frac{i_0}{\pi r^2} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\varphi_n \eta)}{I_0(\varphi_n)} e^{-\varphi_n^2 \frac{t}{T}} \right], \quad (14)$$



Rys. 1. — Czasoprzestrzenny rozkład gęstości prądu wewnątrz przewodu cylindrycznego przy prostokątnym udarze prądu.

gdzie φ_n — pierwiastki funkcji Bessela $I_1(\varphi_n)=0$

$$\eta = \frac{x}{r} \quad (15)$$

$$T = \gamma \mu r^2$$

Rozwiązanie dla dowolnego kształtu prądu udarowego otrzymamy stosując całkę Duhamela

$$j(\eta, t) = \frac{1}{\pi r^2} \left\{ i(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\varphi_n \eta)}{I_0(\varphi_n)} \left[i(t) - \frac{\varphi_n^2}{T} \int_0^t i(\tau) \exp \left(-\varphi_n^2 \frac{t-\tau}{T} \right) d\tau \right] \right\} \quad (16)$$

lub — w formie operatorowej —

$$\bar{j}(\eta, p) = \frac{i(p)}{\pi r^2} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(\varphi_n \eta)}{I_0(\varphi_n)} \frac{1}{\frac{\varphi_n^2}{pT} + 1} \right]. \quad (17)$$

Pierwiastki funkcji $I_1(\varphi_n)$ oraz wartości funkcji $I_0(\varphi_n)$ podano w tabelicy 1.

Tablica 1
Pierwiastki funkcji $I_1(\varphi_n)=0$ oraz wartości
funkcji $I_0(\varphi_n)$ wg [3]

n	φ_n	$I_0(\varphi_n)$
1	3,8317	-0,4028
2	7,0156	+0,3001
3	10,1735	-0,2497
4	13,3237	+0,2184
5	16,4706	-0,1965
6	19,6159	+0,1801
7	22,7601	-0,1672
8	25,9037	+0,1567
9	29,0468	-0,1480
10	32,1897	+0,1406
—	—	—

Wielkością charakteryzującą czas trwania zjawiska naskórkowości udarowej jest najdłuższa stała czasowa (μs)

$$T_1 = \frac{T}{\varphi_1^2} = 2,73 \gamma \mu_w s, \quad ($$

gdzie γ — przewodność właściwa $m/\Omega mm^2$,

μ_w — przenikalność względna,

s — przekrój przewodu w cm^2 .

Odpowiednie te wartości podano w tabelicy 2.

Tablica 2
Stałe czasowe dla przewodów Cu, Al, St

Materiał przewodu	γ $m \Omega mm^2$	μ_w	S mm^2	T_1 μ_s
Miedź	40	1	10	10,9
Glin	25	1	10	6,8
Stal	5	1,5	10	2,05

Dalsze stałe czasowe szybko maleją z kwadratem stosunku pierwiastków:

$$T_n = T_1 \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_n} \right)^2. \quad (19)$$

Rozkład natężenia pola magnetycznego obliczamy ze wzoru

$$H(x, t) = \frac{1}{x} \int_0^x j(x, t) x dx, \quad (20)$$

co dla udaru prostokątnego daje wynik

$$H(\eta, t) = \frac{i_0}{2\pi r} \left[\eta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_1(\varphi_n \eta)}{\varphi_n I_0(\varphi_n)} e^{-\varphi_n^2 \frac{t}{T}} \right]. \quad (21)$$

Natomiast dla dowolnego kształtu prądu otrzymamy następujący wzór w postaci operatorowej

$$\bar{H}(\eta, p) = \frac{i(p)}{2\pi r} \left[\eta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_1(\varphi_n \eta)}{\varphi_n I_0(\varphi_n)} \frac{1}{\frac{\varphi_n^2}{pT} + 1} \right]. \quad (22)$$

Podane w artykule rozwiązania zostały uzyskane przez autora również metodą klasyczną rozdzielenia zmiennych. Jako warunek początkowy przyjęto w metodzie klasycznej

$$j(x, +0) = \frac{i_0}{2\pi r} \delta(r-x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < r \\ \infty & \text{dla } x = r \end{cases} \quad (23)$$

dzie $\delta(r-x)$ jest przestrzenną funkcją Diraca. Uzasadnienie fizyczne tego warunku jest następujące. Strome czoło udaru prądu można porównać jako przyłożenie prądu sinusoidalnie zmiennego o bardzo wielkiej częstotliwości. Wiadomo z rozwiązania dla stanu ustalonego, że gęstość prądu przy powierzchni przewodu w takim przypadku będzie mierzła do nieskończoności, natomiast grubość warstwy przenikania prądu w przewód do zera. Współczynnik $\frac{i_0}{2\pi r}$ jest podyktowany warunkiem (4).

Identyczny wynik uzyskano przy pomocy transformacji Hankela.

Wpływ naskórkowości udarowej na nagrzewanie przewodów prądami iorunowymi omówiony będzie w oddzielnym artykule.

WYKAZ LITERATURY

1. Avramescu A.: *Transient skin-effect*. Revue D'Électrotechnique et D'Énergetique. T. I, Nr 1, 1956.
2. Castagnetto L.: *Effet pelliculaire en endes de choc*. Comptes rendus de Academic des Sciences, 6, 246, 1958.
3. Gray A., Mathews G.: *Besel funktions and theor applications to physics*, 1931.
4. Jacottet P.: *Einfluss der Stromverdrängung auf die Stirnform von Sprungwellen*. Wiss. Veröff. Siemens-Werk, 8, 3, 54, 1929.
5. Jacottet P.: *Dämpfung und Verzerrung kurzer Sprungwellen durch Stromverdrängung im Erdreich*. Wiss. Veröff. Siemens Werk, 15, 6, 547—573, 1931.
6. Moeller Fr.: *Abflachung steiler Wellenstrinen unter Berücksichtigung der Stromverdrängung*. Arch. Elektr. 15, 6, 547—573, 1928.
7. Moeller Fr.: *Über den Einfluss der Wanderwellenvorgänge auf die Abflachung steiler Stirnen*. Arch. Elektr., 7, 399—415, 1927.
8. van der Pol B., Bremmer H.: *Operational calculus based on the two-sides Laplace integral*. Cambridge 1950.
9. Ryżko H., Lidmanowski W.: *Obliczanie przekrojów przewodów na prądy piorunów z uwzględnieniem naskórkowości*. Arch. Elektr. T. VI, s. 115, 1957.
10. Szpor S.: *Effet peliculaire en courant de choc du a la foudre*. CIGRE 1946, ref. 323.
11. Szpor S.: *Ochrona odgromowa*. T. I, rozdz. 28, 1953.

ЗАМЕТКА ПО ВОПРОСУ АНАЛИЗА УДАРНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО
ЭФФЕКТА

Даны точные формулы определяющие распределение плотности тока, напряжение электрического и магнитного полей в проводнике круглого сечения в неустановившемся режиме при произвольной форме ударной волны тока.

CONTRIBUTION TO ANALYSIS OF PHENOMENON OF SURGE SKIN-EFFECT

The paper presents the exact formulae for distribution of current density and intensity of electric and magnetic fields in conductor of circular section in transient state at arbitrary shape of surge current.

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi autorów o ułatwienie prac redakcyjnych związanych z przygotowaniem do druku nadesłanych artykułów przez przestrzeganie podanych wytycznych przy przygotowaniu maszynopisu:

1. Prace powinny być napisane pismem maszynowym, na pojedynczych arkuszach formatu A4, jednostronnie, z interlinią (co drugi wiersz), z marginesem 3 cm z lewej strony. Stronice numerowane. Artykuły należy nadsyłać w dwóch egzemplarzach.
2. Wzory i oznaczenia należy wpisywać ręcznie, czytelnie, używając jedynie liter łacińskich i greckich. Wskaźniki niżej liter i wykładniki potęg pisać należy szczególnie dokładnie i wyraźnie.
3. Każda praca powinna być zaopatrzona w krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim do 25 wierszy maszynopisu oraz obszerniejsze streszczenia (do 20% objętości artykułu) w języku rosyjskim oraz angielskim, francuskim lub niemieckim. W razie niemożności nadesłania streszczenia w języku obcym autor dostarcza odpowiednie streszczenie w języku polskim w trzech egz. z jednoczesnym wpisaniem, o ile możliwości, terminologii w języku rosyjskim oraz w innym języku obcym.
4. Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać na oddzielnych arkuszach z podaniem kolejnych numerów rysunków. W tekście i na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.
5. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.) i nie używać określeń, jak figura, szkic, fotografia. U samego dołu rysunku (a przy fotografiach — na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, napis pod rysunkiem, tytuł pracy i nazwisko autora.
6. Wszystkie tablice (unikać zbyt dużych) podobnie jak rysunki należy wykonywać na oddzielnych arkuszach i numerować kolejno liczbami arabskimi. U góry każdej tablicy podać tytuł (napis) objaśniający.
7. Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury, wymieniając w następującej kolejności: nazwisko autora i pierwsze litery imion, pełny tytuł dzieła lub artykułu, tytuł czasopisma, tom, numer zeszytu, rok i miejsce wydania oraz ewentualnie numer strony. Pozycje powinny być ponumerowane w kolejności alfabetycznej autorów; w tekście — powołania na numer pozycji w nawiasie kwadratowym, np. [3].
8. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egzemplarzy odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze autor może zamówić w redakcji na własny koszt przy przesyłaniu korekty swej pracy.

U w a g a: Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem: Redakcja „Archiwum Elektrotechniki“, Warszawa, Koszykowa 75, Politechnika, Gmach Elektrotechniki, Zakład Elektroniki PAN, tel. 8.32.04, Redakcja czynna w poniedziałki, środy i piątki

WARUNKI PRENUMERATY

Cena w prenumeracie zł 120,— rocznie, zł 60,— półrocznie. Zamówienia i wpłaty przyjmują:

1. Przedsiębiorstwo Upowszechnienia Prasy i Książki „RUCH“, Poznań, ul. Zwierzyniecka 9, Konto PKO nr 122-6-211.831;

2. Urzędy pocztowe.

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę 40% drożej. Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „RUCH“, Warszawa, ul. Wilcza 46. Konto PKO nr 1-6-100.024.

Bieżące numery do nabycia w niżej podanych placówkach „RUCHU“, w księgarniach naukowych „Domu Książki“ i we Wzorcowni PWN.

Informacji w sprawie sprzedaży egzemplarzy z poprzedniego roku udziela Centrala Kolportażu „RUCH“, Dział Handlowy, Warszawa, ul. Srebrna 12.

PLACÓWKI „RUCHU”

Warszawa, ul. Nowopiękna 3
 Warszawa, Nowy Świat 72, Pałac Staszica
 Warszawa, ul. Wiejska 14
 Białystok, Lipowa 1
 Bielsko Biała, ul. Lenina 7, sklep nr 1
 Bydgoszcz, ul. Armii Czerwonej 2
 Bytom, Pl. Kościuszki, sklep nr 39.
 Chorzów, ul. Wolności 54
 Ciechocinek, kiosk nr 4 „Pod Grzybkiem“
 Częstochowa, II Aleja 26
 Gdańsk, ul. Długa 33/34
 Gdynia, ul. Świętojańska 27
 Gliwice, ul. Zwycięstwa 47
 Gniezno, ul. Mieczysława 31
 Grudziądz, ul. Mickiewicza, sklep nr 5
 Inowrocław, ul. Marchlewskiego 3
 Jelenia Góra, ul. 1 Maja 1
 Kalisz, ul. Śródmiejska 3
 Katowice Zach., ul. 3 Maja 28
 Kielce, ul. Sienkiewicza 22
 Koszalin, ul. Zwycięstwa 38
 Kraków, Rynek Główny 32
 Krynica, Stary Dom Zdrojowy
 Lublin, Krakowskie Przedmieście 29
 (obok hotelu „Europa”)
 Łódź, ul. Piotrkowska 200

Nowy Sącz, ul. Jagiellońska 10
 Olsztyn, Pl. Wolności, kiosk
 Opole, Rynek, sklep nr 76
 Ostrów Wlkp., ul. Partyzancka 1
 Płock, ul. Tumską, kiosk nr 270
 Poznań, ul. Dzierżyńskiego 1
 Poznań, ul. Głogowska 66
 Poznań, ul. 27 Grudnia 4
 Przemyśl, Pl. Konstytucji 9
 Radom, ul. Moniuszki 5
 Rzeszów, ul. Kościuszki 5
 Sopot, ul. Monte Cassino 32
 Sosnowiec, ul. Czerwonego Zagłębia,
 kiosk nr 18 (obok dworca kolejowego)
 Szczecin, Al. Piastów, róg Jagiellońskiej
 Toruń, Rynek Staromiejski 9
 Wałbrzych, ul. Wysockiego, obok pl. Grunwaldzkiego
 Włocławek, Pl. Wolności, róg ul. 3 Maja
 Wrocław, Pl. Kościuszki, kiosk nr 9
 Zabrze, Pl. 24 Stycznia, punkt nr 50
 Zakopane, ul. Krupówki 51
 Zielona Góra, Świerczewskiego 38

KSIĘGARNIE NAUKOWE „DOMU KSIĄŻKI”

Warszawa, ul. Krakowskie Przedmieście 7
 Kraków, ul. Podwale 6
 Wrocław, Rynek 60
 Łódź, ul. Piotrkowska 102
 Poznań, ul. Armii Czerwonej 69

OŚRODEK ROZPOWSZECZNIANIA WYDAWNICTW NAUKOWYCH PAN

Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (Wzorcownia)
 Wzorcownia PWN, Warszawa, ul. Miodowa 10